株式会社　i2S2

Initiative ＆ Integrity for Sustainable Structures
持続可能構造物のための独創性と完結性を求めて

私共の会社は、従来になかった哲学と独創力で、21 世紀の地球環境保全のひとつとして、100 年・200 年も持続可能な構造物を提供することを企業規範としています。
私共の考え方を少しお話させて下さい。

（文責：技術顧問　石丸辰治）

＝第四部＝

最適設計論の定性・定量的考察

―Smart Seismic Design のための塑性率と累積塑性率の制御―

地震時の構造物のエネルギー原理は「和の法則」が基盤であり、「固有値解析」はその「和」の構成要素を抽出する方法である。
非線形バイリニア履歴系の累積塑性率が基本的にはそれらの和から推論できるのは、等価線形系の各モードに配分されたエネルギー消費を保証しているからこそである。エネルギー分配法則としての固有値解析は設計理論の基盤として論理的にも情緒的にも納得できるのである。そしてその明快さゆえに将来の発展も望めるのである。

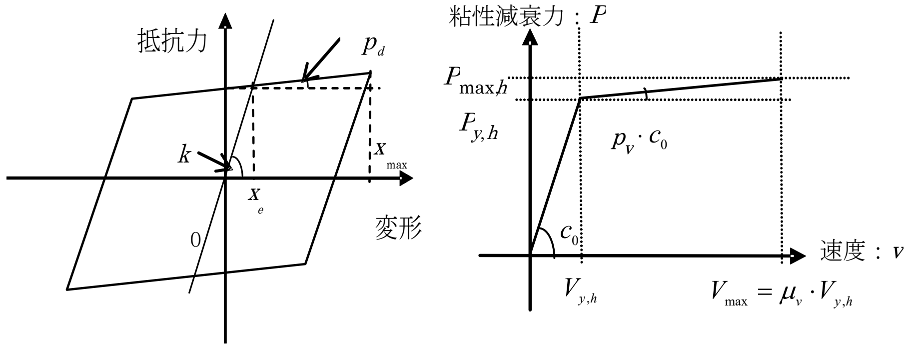
私達は、建物の地震時の振動エネルギーを効率的に吸収させる方法を研究してきました。そのエネルギー吸収の配分には固有値問題を解くことが必要であることも強調してきました。エネルギー吸収の方法としては、粘性減衰や弾塑性減衰の方法がありますが、その併用による最適解は地震動の特性に依存することは言うまでもありません。その際、ダンパーの応答最大値（例えば塑性率）や繰り返し回数（例えば累積塑性変形倍率）が安全性を判断する指標になることはいうまでもありません。
本章では、たくさんの実地震動の応答解析結果に対する統計的考察から、1 質点系の性能を明確にし、性能図表の形で実際設計に活用する方法を紹介いたします。さらに多質点系に

拡張し、粘性・弾塑性のエネルギー吸収を、ダイナミック・マスにより、より効果的に設計する方法を紹介するとともに、現状の設計基準の地震動の 1.5 倍や 2 倍の入力にも対応できる設計法について説明いたしましょう。

履歴減衰・粘性減衰の応答特性

本節は性能図表を用いて、1 質点系の応答特性について説明します。性能図表の構成方法については付録で説明いたします。その作成過程はぜひ読んで下さい。本質的なことが記されているからです。

さて、この計算図表にはいろいろな記号がでてきますので、前もって整理しておきましょう。



(a)　バイリニアばね復元力　　　(b)バイリニア粘性減衰係数

図-1　　バイリニア型の復元力と粘性減衰係数

図−1 に対象としている復元力と減衰係数の特性を次の記号で表します。

k：ばね剛性、ω_0：固有円振動数 $(=\sqrt{k/m})$、D_{max}：最大応答変形（$=x_{max}$）、μ_d：塑性率 $(=D_{max}/x_e)$、x_e：弾性限変形、p_d：ばねバイリニア係数、D_c：累積塑性変形量、μ_c：累積塑性率 $(=D_c/x_e+1)$、c_0；初期粘性減衰係数、$V_{y,h}$：リリーフ速度、V_{max}：最大応答速度、μ_V：リリーフ率 $(=V_{max}/V_{y,h})$、p_V：減衰係数比、h：粘性減衰定数。

${}_pS_{V,40}$：　$h=0.4$ に対応する擬似速度応答スペクトル、$S_{V,40}$：$h=0.4$ に対応する速度応答スペクトル、$V_{E,40}$：$h=0.4$ に対応する入力エネルギースペクトル、$\hat{V}_{E,40}$：修正エネルギースペクトル。

これだけの変数を利用して応答特性を把握しようとしているのですから、簡単な評価式で表すのは難しく、結局、付録で見るような煩雑な実験式にならざるを得ませんでした。したがって、それらを即座に計算してくれる「性能図表」に整理したわけです。

さて無償プログラム「性能図表」の最初のシート「INPUT」を開きますと図-2 のような計算図表がでてきます。

図の①～⑥は入力するデータ及び出力の欄です。

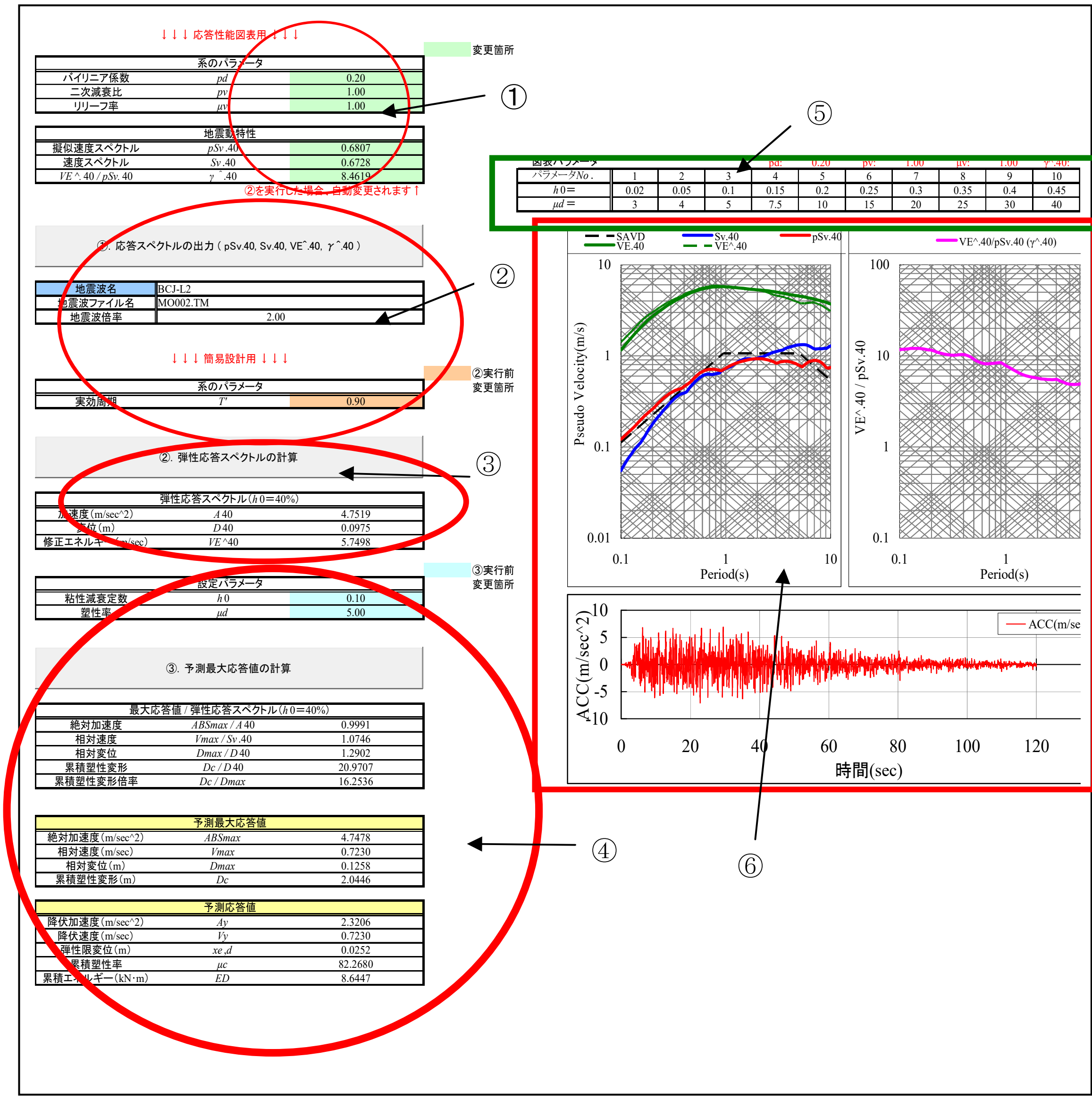


図-2　　性能図表のシート「INPUT」の概略

系のパラメータ		
バイリニア係数	pd	0.2
二次減衰比	pv	1
リリーフ率	μv	1

地震動特性		
擬似速度スペクトル	$pSv.40$	0.680659903
速度スペクトル	$Sv.40$	0.67281779
VE ^.40 / pSv.40	γ ^.40	8.531973836

①. 応答スペクトルの出力（pSv.40, Sv.40, VE^.40, γ^.40）

地震波名	BCJ-L2
地震波ファイル名	MO002.TM
地震波倍率	2.00

↓↓↓ 簡易設計用 ↓↓↓

系のパラメータ		
実効周期	T'	0.90

図-3　系のパラメータと地動特性　図-4　地震動の設定と実効周期

①では対象とする復元力のバイリニア係数とオイルダンパーのバイリニア係数及びリリーフ率を入れておきます。もし、線形のオイル・ダンパーを使用する場合は、$p_v = \mu_v = 1$ が入力されます。

ここでは例として復元力のバイリニア係数 $p_d = 0.2$、$p_v = \mu_v = 1$ とします。

②では、設計の対象とする地震動を設定します。「応答スペクトルの出力」のセルを押しますと、自動的に地震動のリストが表れ、その選択と倍率が入力できます。本例で BCJ-L2 の 2 倍を設計用地震動として採用しています。そうすると⑥に示す地震動波形と 3 つのスペクトル $S_{V,40}, {}_pS_{V,40}, V_{E,40}$（$\bar{V}_{E,40}$）及び $\gamma_{40} = V_{E,40}/{}_pS_{V,40}$ が出力されます。さらに対象とする実効周期 T'（塑性化による周期の伸びが考慮されたもの）を入力します。ここでは $T' = 0.9s$ としています。

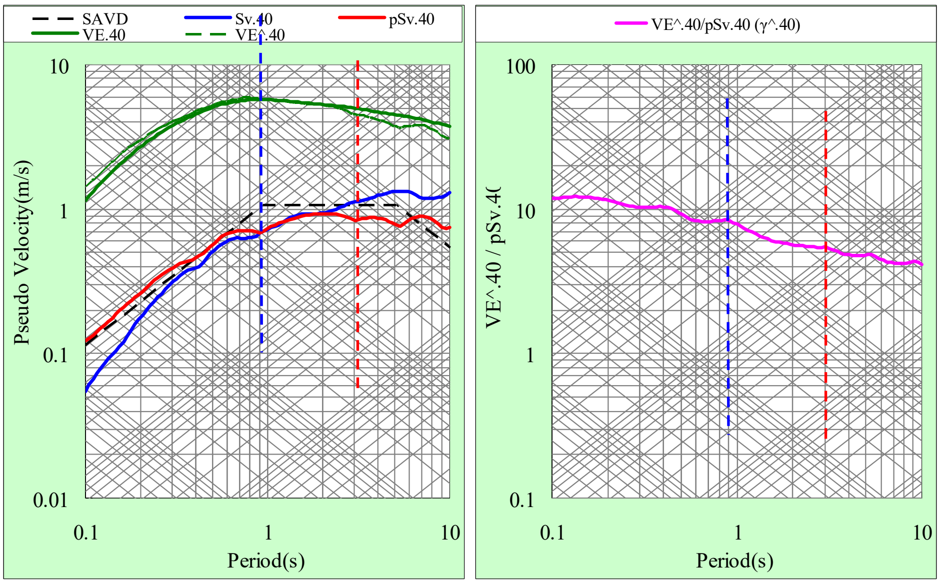


図-5　3 つのスペクトル $S_{V,40}, {}_pS_{V,40}, V_{E,40}$ 及び $\bar{V}_{E,40}$ の相互関係と $\gamma_{40} = V_{E,40}/{}_pS_{V,40}$

図の表の詳細は図-3,-4 に示しました。図-4 では地震名とその倍率が書いてあります。

3 つのスペクトルと γ_{40} を再度、図-5 に示しました。右側は $\gamma_{40} = V_{E,40}/{}_pS_{V,40}$ ですが、入力エネルギーの換算速度が、擬似速度の何倍に相当するか、あるいは最大応答値で何回繰り返すかをスペクトルの形で示しており、地震動の継続時間が長いほど、周期の短いほど大きくなります。いずれにしても、今回、対象としているのは入力エネルギーの換算速度が $600m/s$ に相当する激震であることを認識しておいて下さい。

③では対象としている実効周期 $T' = 0.9s(\omega' = 2\pi/T')$ に対する系の変形 $D_{40} = {}_pS_{V,40}/\omega'$、加速度 $A_{40} = \omega' \cdot {}_pS_{V,40}$ と修正入力エネルギーの換算 $\hat{V}_{E,40}$ の値が自動計算されます。

④では性能として目標粘性減衰定数 h_0 と目標塑性率 μ_d を入力します。

どのような値を入力するかは、用意されている性能図表「T'-T$_E$」,「Dc-Dmax]、「Dc/Dmax-Dmax」,「ABSmax-Dmax」、「Vmax-Dmax」、[Vy,h-Dmax]によって判断すれば良いのです。

例えば、図-6 に「ABSmax-Dmax」の図表が載せてあります。

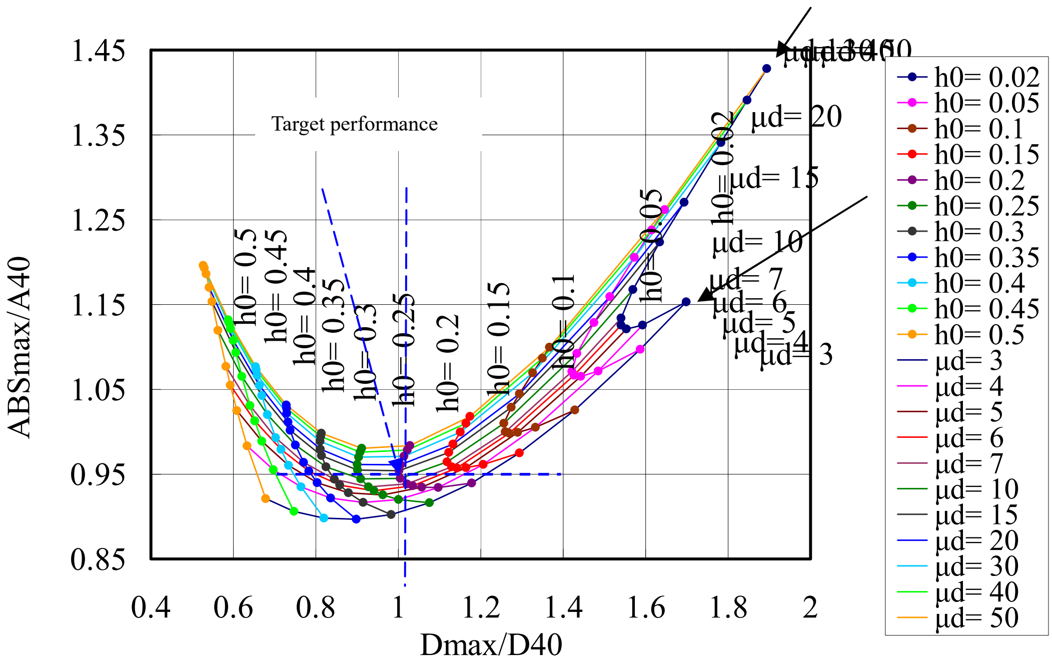


図-6 $\left(\frac{ABS_{max}}{A_{40}}\right)$ と $\left(\frac{D_{max}}{D_{40}}\right)$ の関係、等価周期 $T'=0.9s$, $\mu_V=1, p_V=1, p_d=0.20$

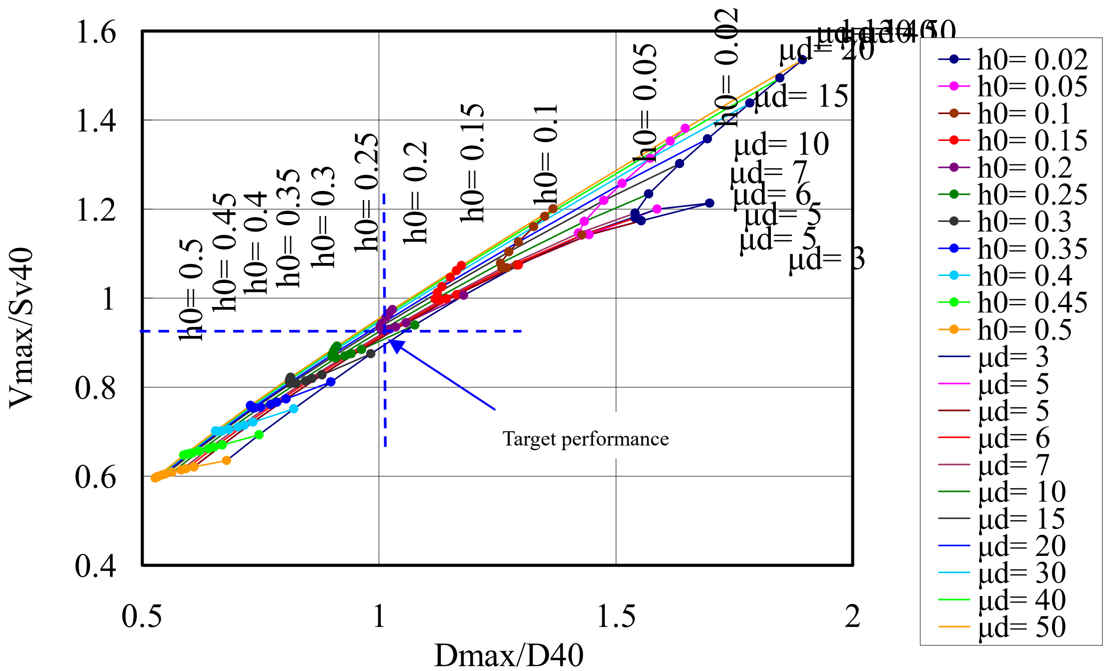


図-7 $\left(\frac{V_{max}}{S_{V,}}\right)$ と $\left(\frac{D_{max}}{D_{40}}\right)$ の関係、実効周期 $T'=0.9s$, $\mu_V=1, p_V=1, p_d=0.20$

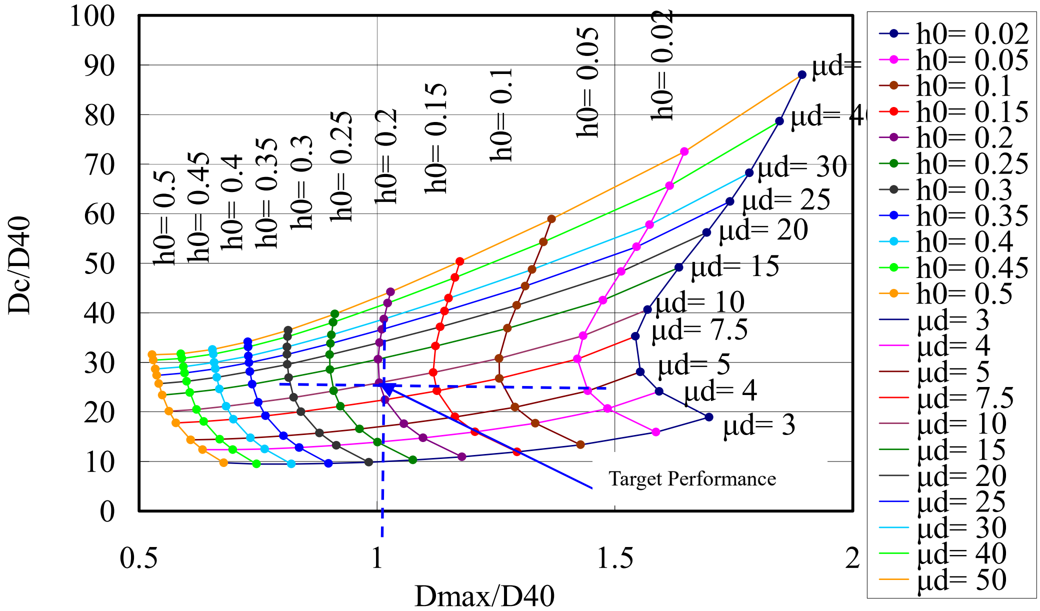


図-8 $\left(\frac{D_c}{D_{40}}\right)$ と $\left(\frac{D_{max}}{D_{40}}\right)$ の関係、等価周期 $T'=0.9s$, $\mu_V=1, p_V=1, p_d=0.20$

図-6 は $(ABS_{max}/A40)\sim(D_{max}/D_{40})$ です。絶対加速度や最大応答変形が主要目標ならば、この図表により、設計者は目標塑性率 μ_d と目標粘性減衰定数 h_0 を選択できます。
また、図 -7 には $(V_{max}/S_{V,40})\sim(D_{max/}/D_{40})$ の関係が、図-8 には $(D_c/D_{40})\sim(D_{max}/D_{40})$ の関係が描かれています。これらはすべて実効周期 $T'=0.9s$ に対応するものです。
図-6 からは、$(ABS_{max}/A40)\sim(D_{max}/D_{40})$ の両者を最小にするには、ひとつの選択肢として $h_0=0.25\sim0.35$ 近辺、 $\mu_d=3$ 程度が適正といえるかもしれません。

最適か否かは別にして、例題として次の目標性能を設定してみましょう。
設計目標値 (Target performance)： $\mu_d=10.0$ 、 $h_0=0.2$
そこで、「INPUT」のシートに戻り、図-2 の④の青色にしてあるセルに示すように設定パラメータとして目標粘性減衰定数 h_0 と目標塑性率 μ_d を入力します。詳細は図-9 の設定パラメータに示してあります。なお、その際に図-2 の⑤の部分、詳細は図-9 の(c)に示してありますが、設定値がこの表の中に含まれていることを確認して下さい。もし、目標の塑性率が3.2 などの値の場合、μ_d のどの欄でもよいのですが 3.2 という値を入れておいて下さい。
かくして、図表パラメータの中、 $\mu_d=10.0$ 、 $h_0=0.2$ の組み合わせを作成し、図-2 の③の予測最大応答値の計算のセルを押せば、最大応答値が直ちに表示されます。
結果は図-9 の(a),(b)に示すとおりです。 $ABS_{max}/A_{40}\approx0.945$ 、 $D_{max}/D_{40}\approx1.005$ の値が表示されていますが、図-6 の図表の青い点線の交点の値と一致していることを確認して下さい。

設定パラメータ		
粘性減衰定数	*h*0	0.20
塑性率	*μd*	10.00

③. 予測最大応答値の計算

最大応答値 / 弾性応答スペクトル(*h*0=40%)		
絶対加速度	*ABSmax* / *A*40	0.9452
相対速度	*Vmax* / *Sv*.40	0.9279
相対変位	*Dmax* / *D*40	1.0052
累積塑性変形	*Dc* / *D*40	25.8470
累積塑性変形倍率	*Dc* / *Dmax*	25.7139

予測最大応答値		
絶対加速度(m/sec^2)	*ABSmax*	4.4914
相対速度(m/sec)	*Vmax*	0.6243
相対変位(m)	*Dmax*	0.0980
累積塑性変形(m)	*Dc*	2.5200

予測応答値		
降伏加速度(m/sec^2)	*Ay*	1.2210
降伏速度(m/sec)	*Vy*	0.6243
弾性限変位(m)	*xe,d*	0.0098
累積塑性率	*μc*	258.1389
累積エネルギー(kN·m)	*ED*	6.0261

(a)目標設定値に対する図表の値　　　　(b)予測最大応答値

図表パラメータ　pd: 0.2　pv: 1　μ v: 1　γ ^.40: 8.461857

パラメータNo.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
h0 =	0.02	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
μd =	3	4	5	6	7	10	15	20	30	40	50

(c)　計算表の確認

図-9　計算表の詳細

また、Target performance に対して図-7 より $V_{\max}/S_{v,40}=0.928$、図-8 より D_c/D_{40} =25.8 が読み取れます。そして、それぞれに対して、 $A_{40}, S_{v,40}, D_{40}$ を乗じれば予測応答値が得られます。その値は図-9(b)に示すとおりです。

具体的な計算は次のようにおこなっています。

⊙ $S_{V,40}\approx 0.67m/s$, ${}_pS_{V,40}\approx 0.68m/s$ $\rightarrow D_{40}={}_pS_{V,40}/\omega'=0.0975m,\ A_{40}={}_pS_{V,40}\cdot\omega'=4.75m/s^2$ ですから系として $h_0=0.2$ 及び $\mu_d=10.0$ を目標とすれば、

$ABS_{\max}/A_{40}\approx 0.945\rightarrow ABS_{\max}=0.945\cdot 4.752=4.49m/s^2$

⊙ $D_{\max}/D_{40}\approx 1.01\rightarrow D_{\max}=1.01\cdot 0.0975=0.0985m$

弾性限変形 $x_{e,d}=0.0985/\mu_d=0.0099m$ 、バイリニア係数 $p_d=0.2$ が最初に設定されています。

⊙ $D_c/D_{40}\approx 26\rightarrow D_c=26\cdot 0.0975=2.535m$　　$\mu_c-1=2.535/0.00985=257.3$

⊙初期剛性は $p_d=0.2$ 及び $\mu_d=10.0$ の場合はシート $T'-T_E$ より

$T'/T_E=1.6\ \rightarrow T_E=0.9/1.6=0.563s\rightarrow\omega_E=11.17\ \ \omega_E^2=124.76$ となります。

$h_0=0.2\rightarrow 2h_0\omega_E=2\cdot 0.2\cdot 11.17=4.468$

以上の推定値を、応答解析プログラム EPRESP NU により精度を検定します。そのデータは下記のようになります。

FL	質量	1層間						
		減衰係数	リリーフ速度	2次減衰比	バネモデル	初期剛性	弾性限変形	バイリニア係数
	(ton)	(kN･s/m)	(m/s)		※1	(kN/m)	(m)	
1	1.0	4.46800	10.000	1.000	1	124.8	0.00985	0.200

図-10　モデル； $T'=0.9s$ の Target Performance に対する EPRESP NU のパラメータ設定

これらの応答結果は図-11 に示してあります。また、推定値と応答値の比較は表-1 に示してあります。相対的に良い対応しているのが分かると思います。ただし、累積塑性率は推定 258、応答では 294 という大きな値であり、塑性率は 10 ですから最大変形での繰り返し数はその 1/10 の約 26～30 回となります。それに耐え得る部材の検討が重要になるということが分かります。

a)　絶対加速度、層加速度、層変位の結果

層座標系応答結果

FL	絶対加速度	層加速度	層速度	層変位
	m/s2	m/s2	m/s	m
1	5.261	8.283	0.718	0.116
0	7.113	0.000	0.000	0.000

入力地震動は 2.0 倍の BCJ-L2

b)塑性率、塑性化回数、累積塑性率の応答結果

FL	主系									
	減衰力	最大速度	ばねせん断力	最大変形	塑性率(+)	塑性率(−)	塑性回数(+)	塑性回数(−)	累積塑性率(+)	累積塑性率(−)
	(kN)	(m/s)	(kN)	(m)	DUCT(+)	DUCT(−)	(+)	(−)	DUCTC(+)	DUCTC(−)
1	3.2	0.718	3.9	0.116	8.6	−11.8	103	103	293.8	293.4

図-11　モデル A；$T' = 0.9s$ の応答結果

表-1　入力 2.0 倍の BCJ-L2,T'=0.9s の Target performance に対する推定値と応答値

設定モデル	推定弾性限変形 $x_{e,d}$	$\dfrac{D_{\max}(\text{推定値})}{\hat{D}_{\max}(\text{応答値})}$	$\dfrac{\mathrm{ABS}_{\max}(\text{推定値})}{\hat{\mathrm{A}}\mathrm{BS}_{\max}(\text{応答値})}$	$\dfrac{\mu_{\mathrm{d}}(\text{設定値})}{\hat{\mu}_{\mathrm{d}}(\text{応答値})}$	$\dfrac{D_c(\text{推定値})}{\hat{D}_c(\text{応答値})}$	$\dfrac{\hat{\mu}_{\mathrm{c}}(\text{推定値})}{\hat{\mu}_{\mathrm{c}}(\text{応答値})}$
$p_d = 0.2$ $h_0 = 0.2$	0.00985m $(\mu_d = 10.)$	$\dfrac{0.099m}{0.116m}$	$\dfrac{4.45m/s^2}{5.26m/s^2}$	$\dfrac{10.0}{11.8}$	$\dfrac{2.52m}{2.88m}$	$\dfrac{258}{294}$

一方、粘性減衰に関してはどうなのでしょうか？

(1)式はそのための式です。ここでは弾塑性の最大変形での繰り返し回数 m_p が分かっていますが、粘性減衰の最大速度での繰り返し回数も n_h とおいておきましょう。そして、1 周期で消費される弾塑性履歴エネルギーを E'_d 、粘性減衰エネルギーを E'_h とおけば、(付-27)式より質量 1t に対して(1)式が得られます。

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{1}{2}\hat{V}_{E,40}^2 \approx E_{40} = n_p E'_d + n_h E'_h \\
&n_p E'_d = 4\omega_E^2 \cdot x_{e,d}^2 (1-p_d)(\mu_d - 1) n_p = 4\omega_E^2 \cdot x_{e,d}(1-p_d) D_c \\
&n_h E'_h = n_h 2\pi h_0 \omega_E V_{\max} D_{\max}\left[1 + \frac{2(1-p_v)}{\pi}\left\{\frac{\sqrt{\mu_v^2 - 1}}{\mu_v^2} - \cos^{-1}\left(\frac{1}{\mu_v}\right)\right\}\right]
\end{aligned}\right\} \tag{1}$$

図-5 のエネルギースペクトルから $\hat{V}_{E,40}$ は 5.75m/s（図-2 の③）です。これより弾塑性履歴エネルギーと粘性減衰エネルギーは次のようになります。

$$\omega_E = 11.17,\ x_{e,d} = 0.0099m,\ 2h_0\omega_E = 4.468, D_c = 2.54m, V_{\max} = 0.624m/s,\ D_{\max} = 0.098m$$

$$\left.\begin{array}{l} E_{40} \approx \dfrac{1}{2}\hat{V}_{E,40}^2 = 16.53(kN\cdot m) \\ n_p E'_d = 4\cdot 11.17^2\cdot 0.0099\cdot 0.8\cdot 2.54 = 10.04 \\ n_h E'_h = 3.14 m_h\cdot 4.468\cdot 0.624\cdot 0.098 = m_h 0.866 \end{array}\right\} \rightarrow n_h E'_h = 16.53 - 10.04 = 6.49 \qquad (2)$$

$$n_h = 6.49/0.866 = 7.5$$

最大速度 $V_{\max} = 0.624m/s$ で 8 回ほどの繰り返しに耐えられるかが部材設計の要になります。

構造物の安全性は、累積塑性率に依存しますが、もしもこれを低減したい場合は、塑性率の目標は小さく取るべきでしょう。
例えば本例で目標塑性率 $\mu_d = 3.0$ 、粘性減衰定数 $h_0 = 0.2$ に変更すれば図-12 のように予測できます。

設定パラメータ		
粘性減衰定数	*h*0	0.20
塑性率	*μd*	3.00

③. 予測最大応答値の計算

最大応答値 / 弾性応答スペクトル(*h*0=40%)		
絶対加速度	*ABSmax / A*40	0.9397
相対速度	*Vmax / Sv*.40	1.0061
相対変位	*Dmax / D*40	1.1785
累積塑性変形	*Dc / D*40	10.9324
累積塑性変形倍率	*Dc / Dmax*	9.2762

予測最大応答値		
絶対加速度(m/sec^2)	*ABSmax*	4.4654
相対速度(m/sec)	*Vmax*	0.6769
相対変位(m)	*Dmax*	0.1149
累積塑性変形(m)	*Dc*	1.0659

予測応答値		
降伏加速度(m/sec^2)	*Ay*	2.5679
降伏速度(m/sec)	*Vy*	0.6769
弾性限変位(m)	*xe,d*	0.0383
累積塑性率	*μc*	28.8285
累積エネルギー(kN·m)	*ED*	5.1042

(a)目標設定値に対する図表の値　　　　　　　　(b)予測最大応答値

図-12　性能図表の設定パラメータと予測最大応答値

累積塑性変形量は 2.52m から 1.06m となり、約 4 割に低減されています。ただし、降伏加速度は $\omega_E^2\cdot D_{\max}/\mu_d = 4.78m/s^2$ です。さきの塑性率 10 を目標とした場合は $\omega_E^2\cdot D_{\max}/\mu_d = 1.22m/s^2$ であり、降伏強度の設定にかなりの差が生じてきます。

設計の対象が長周期になった場合にはどのように性能図表は変化するのでしょうか？ここでは $T' = 3.0s$ 、 $\mu_V = 1, p_V = 1, p_d = 0.20$ として性能図表を表示してみましょう。

設計目標値 (Target performance)： $\mu_d = 3.0$ 、 $h_0 = 0.2$

図-13 に $T' = 3.0s$ に対するスペクトル値、図-14 に設計目標に対する予測値です。

図-15、図-16 に性能図表が載せてあります。

弾性応答スペクトル(h0=40%)		
加速度(m/sec^2)	A40	1.7475
変位(m)	D40	0.3984
修正エネルギー(m/sec)	VE^40	4.5594

図-13　$T'=3.0s$ における弾性応答スペクトルの値

設定パラメータ		
粘性減衰定数	h0	0.20
塑性率	μd	3.00

③. 予測最大応答値の計算

最大応答値 / 弾性応答スペクトル(h0=40%)		
絶対加速度	$ABSmax$ / A40	1.0088
相対速度	$Vmax$ / Sv.40	1.0061
相対変位	$Dmax$ / D40	1.1785
累積塑性変形	Dc / D40	4.5339
累積塑性変形倍率	Dc / $Dmax$	3.8470

予測最大応答値		
絶対加速度(m/sec^2)	$ABSmax$	1.7628
相対速度(m/sec)	$Vmax$	1.1220
相対変位(m)	$Dmax$	0.4695
累積塑性変形(m)	Dc	1.8063

予測応答値		
降伏加速度(m/sec^2)	Ay	0.9444
降伏速度(m/sec)	Vy	1.1220
弾性限変位(m)	xe,d	0.1565
累積塑性率	μc	12.5411
累積エネルギー(kN·m)	ED	3.2095

図-14　入力 2.0 倍の BCJ-L2、$T'=3.0s, \mu_d=3, p_d=0.2$ に対する予測値

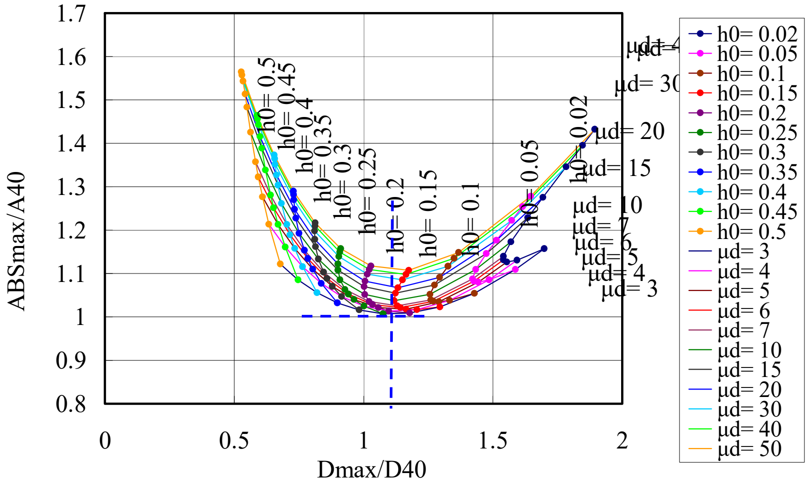


図-15　$\left(\dfrac{ABS_{\max}}{A_{40}}\right)$ と $\left(\dfrac{D_{\max}}{D_{40}}\right)$ の関係、等価周期 $T'=3.0s$, $\mu_V=1, p_V=1, p_d=0.20$

弾性限変形は $x_e=D_{\max}/\mu_d=0.1565m$ 、シート $T'-T_E$ より、$\mu_d=3$ 、$p_d=0.2$ に対して $T'/T_E=1.17$ ですから、$T_E=3.0/1.17=2.564s$ 、$\omega_E=2.450$ 、$\omega_E^2=6.005$ 、$2h_0\omega_E=0.98$ となります。これらを EPRESP NU に代入して精度を確認した結果が表-2 です。なお、降伏加速度は $\omega_E^2 x_e$ ですから約 0.94 m/s^2 であり、降伏せん断力係数は約 0.1 程度で設計できそうです。

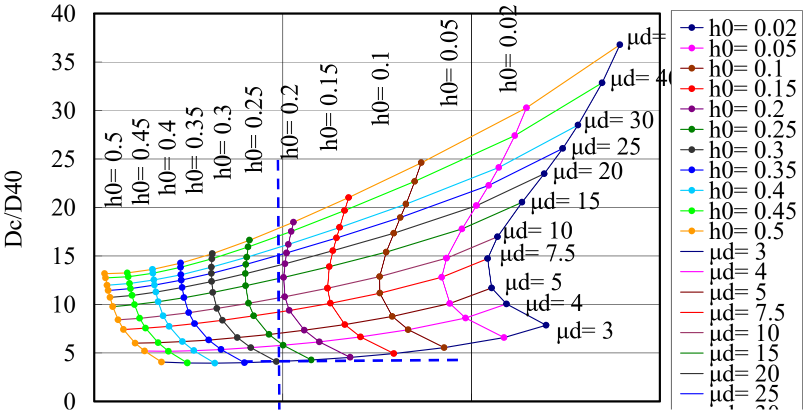


図-16 $\left(\frac{D_c}{D_{40}}\right)$ と $\left(\frac{D_{\max}}{D_{40}}\right)$ の関係、等価周期 $T'=3.0s$, $\mu_V=1, p_V=1, p_d=0.20$

表-2　2.0 倍の BCJ-L2 に対する T'=3.0s のモデルの推定値と応答値

設定モデル	推定弾性限変形 $x_{e,d}$	$\frac{D_{\max}(推定値)}{\hat{D}_{\max}(応答値)}$	$\frac{ABS_{\max}(推定値)}{\hat{A}BS_{\max}(応答値)}$	$\frac{\mu_d(推定値)}{\hat{\mu}_d(応答値)}$	$\frac{D_c(推定値)}{\hat{D}_c(応答値)}$	$\frac{\hat{\mu}_c(推定値)}{\hat{\mu}_c(応答値)}$
$p_d=0.2$ $h_0=0.2$	0.1565m ($\mu_d=3.0$)	$\frac{0.4695m}{0.562m}$	$\frac{1.76m/s^2}{2.20m/s^2}$	$\frac{3.0}{3.6}$	$\frac{2.101m}{2.05m}$	$\frac{14.4}{14.1}$

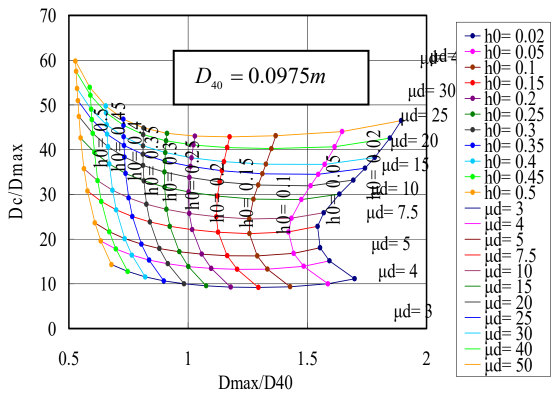


図-17　2 倍の BCJ-L2 に対する $T'=0.9s$, $p_d=0.2$ の系の $D_c/D_{\max}\sim D_{\max}/D_{40}$

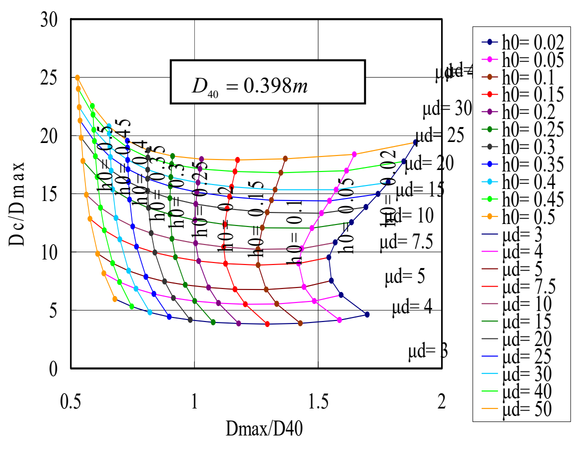


図-18　2 倍の BCJ-L2 に対する $T'=3.0s$, $p_d=0.2$ の系の $D_c/D_{\max}\sim D_{\max}/D_{40}$

また、図-17,18 は縦軸に $D_c/D_{\max}$、横軸に $D_{\max}/D_{40}$ をとった $T'=0.9s$ と $T'=3.0s$ の系に対する図表であり、最大変形での塑性化の繰り返し回数を示したものです。 $\mu_d=3.0$ での繰り返し回数は、粘性減衰定数に少し依存しますが、$T'=0.9s$ の系で約 10 回程度、$T'=3.0s$ の系で 5 回以下となっています。この値は図-5 の γ_{40} スペクトルにかなり近い値であることが分かります。

さらに目標塑性率 μ_d が 2.0 倍の 6.0 になると、繰り返し回数も 2 倍になることも分かります。これは弾性限変形が半分の値になるので、同一のエネルギーを吸収するためには 2 倍の繰り返し回数が要求されるからです。

以上は長時間地震動に対する傾向ですが、これがパルス性の地震動の場合はどうなるのでしょうか？

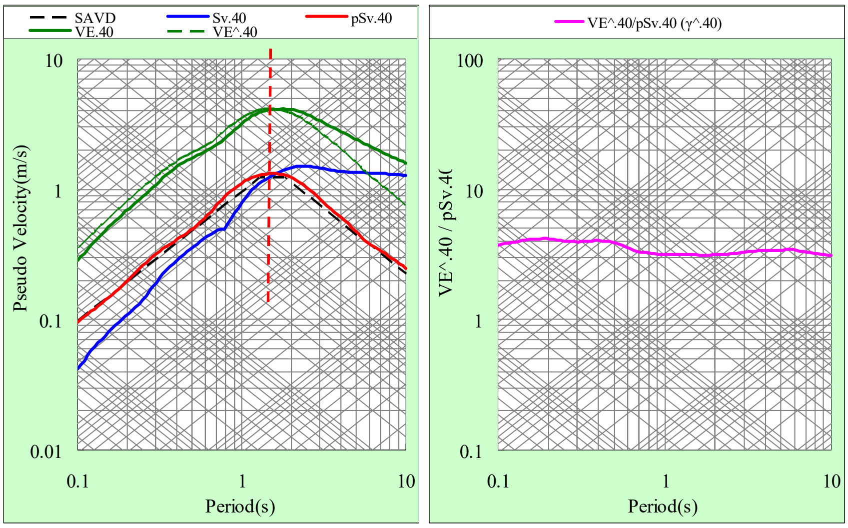


図-19　1995JR 鷹取 NS の $S_{V,40}, S_{V,40}, V_{E,40}$ 及び $\overline{V}_{E,40}$ と $\gamma_{40}=V_{E,40}/{}_pS_{V,40}$

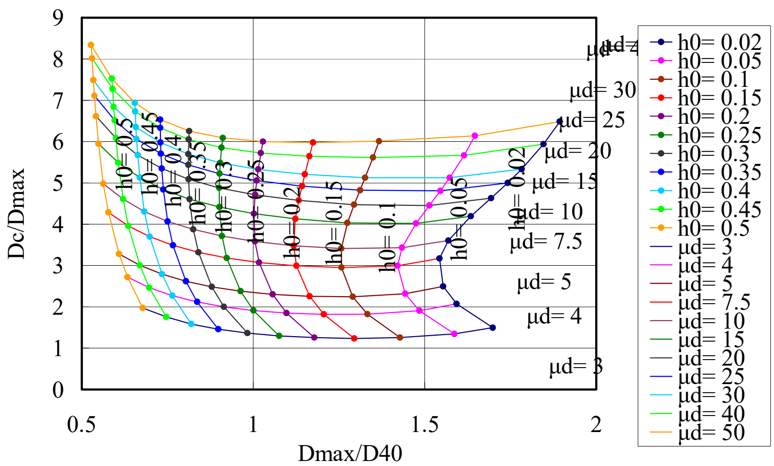


図-20　　$T'=1.5s, p_d=0.2, p_V=\mu_V=1$ に対する $D_c/D_{\max}\sim D_{\max}/D_{40}$

図-19 は 1995JR 鷹取 NS の $S_{V,40}$, $S_{V,40}$, $V_{E,40}$ 及び $\overline{V}_{E,40}$ と $\gamma_{40} = V_{E,40} / {}_pS_{V,40}$ を示したものです。$V_{E,40}$ は最大で $4.0m/s$ となっていますが、$\gamma_{40} = V_{E,40} / {}_pS_{V,40}$ は 3.0 近辺で塑性の繰り返しは小さいことが分かります。具体的な値は図-20 の $D_c / D_{\max} \sim D_{\max} / D_{40}$ ですが、これは $T' = 1.5s, p_d = 0.2, p_V = \mu_V = 1$ の系に対するものです。塑性率が 6 ないし 7 でも最大変形での繰り返しは 5 回程度であり、変形性能さえあれば十分対応できることが分かります。

多自由度系の応答特性

ここでは、多自由度系の弾塑性・粘性ダンパーを含む性能設計を等価線形化の方法を介して説明致します。一般的な構造設計は、基準法のせん断力係数分布にしたがって計算されたせん断力による「Push over」により各層の復元力特性を求め、これを時系列の弾塑性応答により安全性を検討しています。満足しない場合は部材の変更など繰り返して行う必要があります。この方法は「Push over」に利用する層せん断力係数の分布形状に大きく依存しており、塑性化に伴う特性変化[1~3]を導入するとか、2 次モードなどの高次モードの特性も導入するべきだとか[4]の研究が行われています。
これらは構造安全性として、最大応答値を対象としたものでありますが、現在ではそれらに加えて損傷分布も考えた設計法[5,6,7]に変わりつつあります。
その代表的なものがエネルギー法による耐震設計を提案した秋山[5]、秋山・北村の研究[6]ですが、損傷指標としての累積塑性変形倍率の調整は多くの応答解析を統計的に整理した降伏層せん断力係数によって決められるとしています。

しかし、これらの研究は粘性減衰定数が $h = 0.01 \sim 0.05$ 程度を対象としたものであり、$h = 0.1 \sim 0.5$ などの減衰定数を含む制震構造には適用できないなどの欠点があります。
粘性減衰の重要性は、2011 年 3 月 11 日の東日本大震災で、首都圏における揺れは震度 5 強から 6 弱にもかかわらず、高層建物の揺れが止まらなかったという経験から浮き彫りにされました。つまり、弾塑性ダンパーのみに依存した設計では、それが機能しない範囲の揺れに対する検討が欠けており、多くの高層アパートの住人を恐怖に陥れてしまいました。
そうした背景から本論では D.M.の効果も含めた形で粘性減衰と弾塑性減衰の効果を含めて検討できる「塑性率制御法[8~11]」をさらに拡張して、累積塑性率制御(調整)まで可能な方法を説明するものです。

塑性率制御法と累積塑性率の予測

第三部では、エネルギー吸収を本格的に扱うには、複素数を含む固有値問題を解かなければならないことをお話しました。
いうまでもなく、振動問題は変形 x とその時間微分である速度 v を扱いますが、これを時間

の視点からではなく振動波形の位相の問題として理解するために複素数が導入されていることをお話しました。これは地震動入力 $g_x = a e^{i(\theta+\varphi)}$ として、その定常振動を考えていくからです。実際の地震動入力の場合には、非定常振動になるわけですから、その変換作業が必要になりますが、ここでは実際の計算手順を紹介しながら考えていきましょう。

まず、第三部でのお話を踏まえると計算の流れは次のようになります。

(1)多質点系を対象とすると、最初に各層のばね k_i のバイリニア係数 p_i と塑性率 μ_i を仮定するのです。これは設計の目標が、想定される地震動に対して各層ばね k_i の応答塑性率が仮定した μ_i に一致するような降伏耐力を求めることにあるからです。

(2)これにより、各ばねの複素ばね定数を第三部の(73)式を利用して決定します。或は、第三部の図-8 を利用しても良いわけです。これを等価複素ばねマトリックス $\mathbf{K}_{eq}$ として表現します。ただし、変形は i 層の層間変形を x_i としています。

$$\mathbf{K}_{eq} = \begin{bmatrix} \bullet & & & & \\ & \bullet & & & \\ & & k_i(C_i - i\,S_i) & & \\ & & & \bullet & \\ & & & & \bullet \end{bmatrix} \tag{3}$$

(3)質量マトリックスを $\mathbf{M}$ 、粘性減衰マトリックスを $\mathbf{C}$ とすれば、振動方程式は次のようになります。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \\ & -\mathbf{K}_{eq} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{v}} \\ \dot{\mathbf{x}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{K}_{eq} \\ \mathbf{K}_{eq} & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{x} \end{Bmatrix} = -\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \\ & -\mathbf{K}_{eq} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{i} \\ \mathbf{o} \end{Bmatrix} g_x \tag{4}$$

(4)ここで、次のように重ね合わせにより解くことにします。つまり固有値解析を利用して解くことにします。

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{x} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bullet & \bullet & \mathbf{p}_j^{vv} & \mathbf{p}_j^{vx} & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \mathbf{p}_j^{xv} & \mathbf{p}_j^{xx} & \bullet & \bullet \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bullet \\ \bullet \\ \dot{q}_j \\ q_j \\ \bullet \\ \bullet \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bullet & \bullet, & \mathbf{P}^v{}_j, & \mathbf{P}^x{}_j, & \bullet & \bullet \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bullet \\ \bullet \\ \dot{q}_j \\ q_j \\ \bullet \\ \bullet \end{Bmatrix} \tag{5}$$

あるいは m 層の変形だけを取り出すと、次のようにも書けます。

$$x_m = \sum_j (p_{m,j}^{xv} \cdot \dot{q}_j + p_{m,j}^{xx} \cdot q_j) \tag{6}$$

ここで、 $\mathbf{p}_j^{vv}, \mathbf{p}_j^{vx}$ 等は j 次モードの刺激関数です。x_m は m 層の層間変形、$p_{m,j}^{xv}$ と $p_{m,j}^{xx}$ は m 層の j 次モードの刺激関数で、前者は速度項に後者は変位項に関わるものです。このように変形に対する刺激関数が 2 つ出るのは、粘性減衰定数が大きく、塑性化を許した場合に生ずる速度応答と変位応答の位相の差を反映させるためです[8)]。

(5)これより規準座標の式は次のようになります。

$$\begin{Bmatrix} q_j \\ q_j \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2h_{eq,1}\omega_{0,1}\, , \, \omega^2{}_{0,1}(\hat{C}_1 - i\hat{S}_1) \\ -1 \quad , \quad 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_j \\ q_j \end{Bmatrix} = -\begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} g \tag{7}$$

すなわち、j 次モードの規準関数 q_j , q_j は 1 自由度系の振動方程式で決まることになります。

$$q_j + 2h_{j,eq}\omega_j q_j + \omega_j^2\left(\hat{C}_j - i\hat{S}_j\right)q_j = -g_x \tag{8}$$

ω_j は弾性時の j 次モードの固有円振動数です。

(6)ここから、地震動の非定常性をどのように考えるかを説明します。係数 $\left(\hat{C}_j - i\hat{S}_j\right)$ は各弾塑性ばねの塑性率とバイリニア係数を仮定したのち、固有値解析から誘導された値ですから、当然エネルギー吸収の分配率が含まれている筈です。

そこで、第三部の図-8 を逆用して、j 次モードの「モーダル塑性率 $\overline{\mu}_j$ 、モーダル・バイリニア係数 $\overline{p}_j$ 」という概念を導入します。これは簡単に決まります。

そこで、地震動の非定常入力に対しては、(8)式を解くのではなく、次式を解くことにするのです。

$$q_j + 2h_{eq,j}\omega_j q_j + \overline{Q}_j\left(q_j\right) = -g_x \tag{9}$$

ここで、$\overline{Q}_j\left(q_j\right)$ はモーダル・バイリニア係数 $\overline{p}_j$ を有するバイリニア履歴復元力であり、繰り返し計算により、モーダル塑性率 $\overline{\mu}_j$ を満足する規準座標 q_j , q_j を求めるのです。エネルギー原理は和の法則で成り立っており、固有値解析は「各次モードのエネルギー配分」を意味していますから、この操作は各モードのエネルギー吸収性能を保証することになります。この計算は繰り返し 3~5 回程度の繰り返し計算で簡単に求められます。

(8)各層の変形は(5)式或は(6)式の重ね合わせで求めます。これは最初に仮定した塑性率を満足しているはずですから、その層の弾性限変形は次式で求めることができます。

$$x_{e,m} = \frac{1}{\mu_m} x_m \tag{10}$$

これは各モードでエネルギー吸収を保障された規準座標の重ね合わせが、各層ばねに仮定した塑性率を満足する応答（エネルギー吸収）を保障すると仮定しているからです。

9)次に、各モードの実効周期と粘性減衰定数及び塑性率に対応する性能図表から最終の累積塑性変形量 $D_{c,j}$ を推定します。勿論、自動的な計算プログラムを構成することは可能ですが、ここでは応答の本質を理解するために性能図表を利用して説明いたします。

さて、変形についてはエネルギー原理に基づく重ね合わせが成立するとしたのですから、当然ここでも累積塑性変形量の重ね合わせが成立するとしています。

単調増加関数としての累積塑性変形量を対象としているので、その刺激関数は次のように絶対値として設定します。

$${}_c p_{m,j} = \sqrt{\left(p_{m,j}^{xxx}\right)^2 + \left(p_{m,j}^{vx}\right)^2}\,\frac{\mu_m - 1}{\mu_m} \tag{11}$$

$p_{m,j}^{xv}$ と $p_{m,j}^{xx}$ は m 層の j 次モードの刺激関数であり、μ_m は m 層に設定された塑性率です。

つまり、刺激関数の$1/\mu_m$が弾性変形量分、$(\mu_m-1)/\mu_m$が塑性変形量分と解釈するのです。これよりm層の累積塑性変形量$d_{c,m}$及び累積塑性率$\mu_{c,m}$は次のような絶対値和になります。

$$\left.\begin{aligned} d_{c,m} &= \sum_j \left({}_c p_{m,j} \cdot D_{c,j} \right) \\ \mu_{c,m} &= \frac{d_{c,m}}{x_{m,e}} + 1 \end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

10）非線形系の応答を重ね合わせるのは近似的方法であることは確かでありますから、この仮説がどの程度の精度を有しているかを時系列非線形応答解析で確認しておく必要があります。その応答解析で得られた応答塑性率を$\hat{\mu}_m$として、弾性限変形を次のように修正します。

$$\left.\begin{aligned} \hat{\mu}_m / \mu_m \le 1.5;\quad \bar{x}_{e,m} &= \frac{2\mu_m + \hat{\mu}_m}{3 \cdot \mu_m} x_{e,m} \\ \hat{\mu}_m / \mu_m \ge 1.5;\quad \bar{x}_{e,m} &= \frac{\mu_m + 2\hat{\mu}_m}{3 \cdot \mu_m} x_{e,m} \end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

$\mu_m \approx \hat{\mu}_m$ならば、推定値は精度が高いということになります。今までの経験から粘性減衰定数h_{eq}が 0.1 以上に場合は修正が必要ではなく、そうでない場合も 1 回程度の修正でほぼ弾性限変形を求めることができます。

D.M.を含む系のモーダル･アナリシス・補追

第三部でモーダル・アナリシスのお話をしましたが、ここでは D.M.を含む系について追加説明しておきましょう。簡単なため線形系に限定しておきます。いま D.M.の質量マトリックスを$\mathbf{M}'$としますと、振動方程式は粘性減衰項を省略すれば次のようになります。

$$(\mathbf{M} + \mathbf{M}')\,\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\,\mathbf{x} = -\mathbf{M}\mathbf{i}\,\ddot{g} \qquad (14)$$

いま、j次モードの固有円振動数の自乗をω_j^2、その振動形を$\mathbf{r}_j$とおきます。次に上式を告ぎのように変換します。

$$(\mathbf{M} + \mathbf{M}')\,\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\,\mathbf{x} = -\mathbf{M}\,\mathbf{i}\,\ddot{g} = -(\mathbf{M} + \mathbf{M}')\,\boldsymbol{\eta}\,\ddot{g} \qquad \boldsymbol{\eta} = (\mathbf{M} + \mathbf{M}')^{-1}\,\mathbf{M}\,\mathbf{i} \qquad (15)$$

$\boldsymbol{\eta}$を次のように設定します。

$$\boldsymbol{\eta} = \sum_j \beta_j \mathbf{r}_j \qquad (16)$$

そうすると刺激係数β_jは良く知られているように次のようになります。

$$\beta_j = \frac{\mathbf{r}_j^{\mathrm{T}}(\mathbf{M} + \mathbf{M}')\,\boldsymbol{\eta}}{\mathbf{r}_j^{\mathrm{T}}(\mathbf{M} + \mathbf{M}')\,\mathbf{r}_j} = \frac{\mathbf{r}_j^{\mathrm{T}}\mathbf{M}\,\mathbf{i}}{\mathbf{r}_j^{\mathrm{T}}(\mathbf{M} + \mathbf{M}')\,\mathbf{r}_j} \qquad (17)$$

そして応答を次の重ね合わせとします。

$$\mathbf{x} = \sum_j \beta_j \mathbf{r}_j q_j(t) \qquad (18)$$

これを(14)式に代入すると

$$(\mathbf{M}+\mathbf{M}')\sum_j \beta_j \mathbf{r}_j q_j(t) + \mathbf{K}\sum_j \beta_j \mathbf{r}_j q_j(t) = -\mathbf{Mi}\,g = -(\mathbf{M}+\mathbf{M}')\,\boldsymbol{\eta}\,g = -(\mathbf{M}+\mathbf{M}')\sum_j \beta_j \mathbf{r}_j\, g$$

上式に $\beta_s \mathbf{r}_s^T$ を左から乗じ、直交性　$\beta_s \mathbf{r}_s^T(\mathbf{M}+\mathbf{M}')\beta_j \mathbf{r}_j = 0\,(s \neq j)$ から次のようになります。

$$\therefore \beta_s \mathbf{r}_s^T(\mathbf{M}+\mathbf{M}')\beta_s \mathbf{r}_s q_s(t) + \beta_s \mathbf{r}_s^T\,\mathbf{K}\,\beta_s \mathbf{r}_s q_s(t) = -\beta_s \mathbf{r}_s^T(\mathbf{M}+\mathbf{M}')\beta_s \mathbf{r}_s g \tag{19}$$

それ故、

$$1 = \frac{\beta_s \mathbf{r}_s^T \mathbf{M}\,\beta_s \mathbf{r}_s}{\beta_s \mathbf{r}_s^T(\mathbf{M}+\mathbf{M}')\beta_s \mathbf{r}_s} + \frac{\beta_s \mathbf{r}_s^T \mathbf{M}'\,\beta_s \mathbf{r}_s}{\beta_s \mathbf{r}_s^T(\mathbf{M}+\mathbf{M}')\beta_s \mathbf{r}_s} \tag{20}$$

これより、つぎのように有効質量、有効剛性を定義している。

$$\begin{aligned}
&\overline{\eta}_s = \frac{{}_sM}{{}_s\overline{M}}\ ,\ 1-\overline{\eta}_s = \frac{{}_sM'}{{}_s\overline{M}} \\
&{}_s\overline{M} = \beta_s \mathbf{r}_s^T(\mathbf{M}+\mathbf{M}')\beta_s \mathbf{r}_s : \quad \text{s次有効質量、} \\
&{}_sM = \beta_s \mathbf{r}_s^T \mathbf{M}\,\beta_s \mathbf{r}_s : \quad \text{s次広義有効質量} \\
&{}_sM' = \beta_s \mathbf{r}_s^T \mathbf{M}'\,\beta_s \mathbf{r}_s : \quad \text{s次}D.M.\text{質量} \\
&{}_sK = \beta_s \mathbf{r}_s^T \mathbf{K}\beta_s \mathbf{r}_s : \quad \text{s次広義有効剛性}
\end{aligned} \tag{21}$$

この $\overline{\eta}$ を入力低減率と呼んでいます。刺激係数 β_s には D.M.no 存在による応答変形の低減効果も含めた形でふくめられているのです。

例題

10 質点系の**モデル O** として表-例 1 に示しました。弾性時の固有周期は 2.0 秒で、2 層分(層高 4m x 2=8m)を 1 質点に換算したモデルです。したがって、建物高さ 80m、20 層を 10 質点系に置換したものと考えて下さい。設計用入力地震動は 2 倍の BCJ-L2 です。
モデルの諸元は表-例 1 に示しました。弾性時の固有周期 T_E は 2.0s、粘性減衰定数 h_1 を 0.02 の剛性比例型に設定しています。
弾塑性時の目標の塑性率は各層とも 3.0、バイリニア係数は 0.2 です。これを等価線形化して複素固有値問題を解きます。

表-例 1　モデル O の諸元と目標設定

FL	質量	1層間				
		D.M.	減衰係数	初期剛性	バイリニア係数	塑性率
	(ton)	(ton)	(kN･s/m)	(kN/m)		
10	1000.0	0.0	2120.0	160000.0	0.200	3.000
9	1000.0	0.0	2640.0	200000.0	0.200	3.000
8	1000.0	0.0	3280.0	250000.0	0.200	3.000
7	1000.0	0.0	3920.0	300000.0	0.200	3.000
6	1000.0	0.0	4570.0	350000.0	0.200	3.000
5	1000.0	0.0	5210.0	400000.0	0.200	3.000
4	1000.0	0.0	5860.0	450000.0	0.200	3.000
3	1000.0	0.0	6500.0	500000.0	0.200	3.000
2	1000.0	0.0	7140.0	550000.0	0.200	3.000
1	1000.0	0.0	7790.0	600000.0	0.200	3.000

(4)式に対して誘導される固有値は 1 次（1 階の微分方程式）系であり、絶対値の小さい順に配列されて出力されます。これを二つ組み合わせて 2 次（2 階の微分方程式）系に変換するわけですが、その組合せは第三部の図-9 で説明しましたようにエネルギー吸収系としての

系を構成しなければなりません。その並び換えの結果を表-例 2 に示します。

表-例 2　1 次系の固有値の並び替え

Elastic Plas	Real	Imaginary	ABS
1	0.455	−2.107	2.156
2	−0.580	2.107	2.186
3	0.918	−5.429	5.506
4	−1.762	5.429	5.707
5	1.070	−8.737	8.803
6	−3.282	8.737	9.333
7	0.931	−11.796	11.832
8	−5.022	11.796	12.820
9	0.584	−14.470	14.482
10	−6.830	14.470	16.001
11	0.106	−16.823	16.824
12	−8.651	16.823	18.918
13	−0.527	−19.117	19.124
15	−10.664	19.117	21.890
14	−1.390	−21.492	21.537
17	−13.055	21.492	25.146
16	−2.558	−24.010	24.146
19	−15.986	24.010	28.845
18	−4.229	−26.832	27.163
20	−19.877	26.832	33.392

一番左側に番号が打ってありますが、その行の値は入れ替えてあります。例えば、番号 13 の次は 15 になっていますが、もともとあった 14 番の行を 15 番の行に入れ替えてあります。番号の右側に固有値の実部、次に虚部が並んでいますが、13 番と 15 番の組合せが、第三部の図-9 で説明しましたようになっていることを確認して下さい。この例では虚部の数値が正・負の組合せにするだけですので、難しいお話ではありません。他の固有値についても同様な操作を行った最終組合せが表-例 2 ということです。そうした組合せの結果に対して、系の粘性減衰定数 $h_{eq,j}$、モーダル塑性率 $\overline{\mu}_j$、モーダル・バイリニア係数 $\overline{p}_j$、等価円振動数 $\omega_{eq,j}$ を求めます。これらの値が知れますと、付録の(7)式に従って実効周期 T' が計算できます。計算は自動的に行われ、その結果としての固有値を示したのが表-例 3 です。

表-例 3　Modal i2s2 による複素固有値の特性値

	Teq	T'	Te	heq (Re)	heq (Im)	hcs	p^	μ^
1次	2.894	2.383	2.024	0.020	0.000	0.238	0.200	3.000
2次	1.121	0.923	0.784	0.053	0.000	0.238	0.200	3.000
3次	0.693	0.571	0.485	0.085	0.000	0.238	0.200	3.000
4次	0.510	0.420	0.357	0.115	0.000	0.238	0.200	3.000
5次	0.413	0.339	0.289	0.143	(0.000)	0.238	0.200	3.000
6次	0.352	0.289	0.246	0.167	(0.000)	0.238	0.200	3.000
7次	0.307	0.253	0.215	0.191	0.000	0.238	0.200	3.000
8次	0.270	0.222	0.189	0.217	0.000	0.238	0.200	3.000
9次	0.238	0.196	0.166	0.246	0.000	0.238	0.200	3.000
10次	0.209	0.172	0.146	0.280	0.000	0.238	0.200	3.000

粘性減衰定数 h_{eq} は 1 次で 2%であるのは変わりませんが、各モードのモーダル塑性率 $\overline{\mu}_j$ は 3.0、モーダル・バイリニア係数 $\overline{p}_j$ は 0.2 です。これは見方を変えれば、各層の塑性率を 3.0 に収めるためには、全てのモードでモーダル塑性率 $\overline{\mu}_j$=3.0 のエネルギー吸収をしなければ設計要件（目標）は保証できないということを意味しています。弾塑性での換算粘性減衰定数 h_{CS} は全てのモードで 0.238 となっています。

表-例 4　モデル O の応答推定値と弾性限変形(2 倍の BCJ-L2)

FL	1層間			1層間(直列)				
	絶対加速度	速度	変位	定累積塑性変形	初回弾性限変形	初回累積塑性率	修正弾性限変形	修正累積塑性率
	(cm/s^2)	(cm/s)	(cm)	(cm)	(cm)		(cm)	
10	677.91	205.50	85.32	88.55	1.92	47.68	2.27	40.01
9	525.99	188.90	79.71	84.60	2.81	32.11	3.07	28.56
8	492.07	174.65	71.29	72.27	3.02	26.31	3.26	23.17
7	445.84	156.87	62.41	69.29	3.10	24.38	3.29	22.06
6	503.45	153.09	53.48	59.07	3.08	20.43	3.26	19.12
5	531.99	143.41	44.43	49.23	3.14	17.51	3.16	16.58
4	540.17	124.84	35.14	50.48	3.20	16.85	3.01	17.77
3	574.88	99.02	26.31	49.48	3.10	16.96	2.98	16.89
2	617.06	70.83	17.69	48.98	2.97	17.69	2.97	17.49
1	665.38	38.36	8.82	55.17	2.94	20.48	2.93	19.83
0	711.32	0.00	0.00	–	–	–	–	–

次に各次モードの粘性減衰定数 $h_{eq,j}$ を与え、(9)式にしたがってバイリニア係数 0.2 の復元力が塑性率 3.0 を満足する応答波形を求めます。無償プログラムでは自動的に行ってくれます。これを重ね合わせ(6)式により m 層の応答変形 x_m を計算、m 層の設定塑性率 μ_m で除して必要弾性限変形 $x_{e,m}$ を求めます。これらを自動的に処理された結果が表-例 4 の初回弾性限変形の欄に載せてあります。また、表の中央あたりの「推定累積塑性変形量」は(12)式によります。それを初回弾性限変形で除し、1 を加えたものが推定された初回累積塑性率です。

表-例 5　2 倍の BCJ-L2 に対するモーダル累積塑性変形量 $D_{c,j}$ と弾性限変形 $x_{ed,j}$

	1 次	2 次	3 次	4 次	5 次	6 次	7 次
①実効周期	2.38s	0.92s	0.57s	0.42s	0.34s	0.29s	0.25s
②入力エネルギー $V_{E,40}$	5.06m/s	5.74m/s	5.53m/s	4.92m/s	4.33m/s	3.96m/s	3.60m/s
③累積変形 (比)	2.907m (1.0)	1.564m (1/1.86)	1.003m (1/2.90)	0.627m (1/4.64)	0.414m (1/7.02)	0.328m (1/8.86)	0.268mm (1/10.8)
④弾性限変形 (比)	0.2m (1.0)	0.053m (1/3.77)	0.029m (1/6.90)	0.0148m (1/13.5)	0.010m (1/20.0)	0.0074m (1/27.0)	0.0054m (1/37.0)
⑤累積塑性率(比)	15.5(1.0)	30.5(1.96)	34.6(2.23)	43.4(2.8)	42.4(2.74)	45.4(2.93)	50.6(3.26)
⑥＊累積塑性率(比)	15.5(1.0)	34.4(2.2)	42.5(2.7)	52.0(3.4)	51.0((3.3)	54.8(3.5)	61.3((3.9)
⑦ $\gamma\left((\gamma_j/\gamma_1)^2\right)$	5.56(1.0)	8.1(2.1)	8.8(2.6)	10.3(3.4)	10.2(3.4)	10.3(3.4)	10.7(3.7)

＊ $h_j = 0.02$ の時の値

表-例 6　モデル O の有効質量と有効剛性

	実 効 周 期 (s)	周期比(自乗比)	有効質量(ton)	有効質量比	$\sqrt[3]{\text{有効質量比}}$
1 次	2.38	1.0(1.0)	7760.0	1.0	1.0
2 次	0.923	2.6(6.76)	1230.0	(1/6.3)	1/1.85
3 次	0.571	4.2(17.6)	443.0	(1/17.5)	1/2.60
4 次	0.420	5.7(32.5)	212.0	(1/36.6)	1/3.32

ここでは累積塑性率の推定について若干詳しく説明しましょう。各次モードの対応するモーダル累積塑性変形量 $D_{c,j}$ 及び弾性限変形を「性能図表」で求め、表-例 5 に示しました。表には各モードの累積塑性率及び比率が書いてあります。復元力のモーダル・バイリニア係数が 0.2 で、モーダル塑性率 3.0 の場合で、粘性減衰定数は 1 次が 0.02 の剛性比例とした場合の値です。⑤行の累積塑性率は次数が高くなるにしたがって大きくなることが分かります。参考に全てのモードの粘性減衰定数が 0.02 の時の各モードの累積塑性率及び比率も⑥行に赤字で載せてあります。一方、表には図-5 のスペクトル $\gamma = V_{E,40} / {}_{p}S_{v,40}$ の値と 1 次を基準としたときの自乗比は⑦行に載せてあります。γ の自乗比と⑥行の粘性減衰定数が各次で一定の場合の累積塑性率比は見事に一致しているのが分かります。要するに振動の繰り返し数比の自乗に比例して累積塑性率が推定できるということです。強調しておきますが、これは各次モードのモーダル・バイリニア係数及びモーダル塑性率が同一の場合です。

表にはほぼ同じ勢力をもつ各次モードの入力エネルギー換算速度 $V_{E,40}$ も②行に載せてあります。表-例 6 にモデル O の有効質量 $M_{eq,j}$ が載せてありますが、モデル O の各次の入力エネルギーは $(1/2)M_{eq,j}V_{E,40}^{2}$ ですから、2 次モードの 1 次モードに対する入力エネルギー比は約 1/6 になることが分かります。しかし表-例 5 の③行の塑性変形量をみると 2 次モードの 1 次モードの比率は(1/1.86)であり、有効質量比の 3 乗根に近い値であり、高次モードが想像以上に大きく寄与しているのが分かります。ここでは各次のモーダル塑性率 3.0 を満足する変形の和としての応答変形を推定していますが、表-例 5 の④行に示す 2 次モードの弾性限変形の 1 次モードのそれに対する比率は(1/3.77)であり、累積塑性変形は高次モードの影響を、応答変形に比べて、より大きく受けるのです。

次に推定値の精度を確認するため、求められた弾性限変形を用いて時系列応答解析を行います。EPRESP NU に対する入力データを表-例 7 に、再度、時系列応答解析を行った結果を表-例 8 に示します。その変化の様子を図-例 1 の(a)に示しました。緑色の点線が応答第 1 回目の応答塑性率です。目標塑性率 3.0 に対して少しずれているので、(13)式にしたがって弾性限変形の微調整をしています。その結果は表-例 4 の修正弾性限変形です。そして表中の推定累積塑性変形量に対して、改めて累積塑性率を求めたのが表の一番右側にある修正累積塑性率です。この弾性限変形に対する応答値が表-例 8 と図-例 1 の(a)、(b)です。

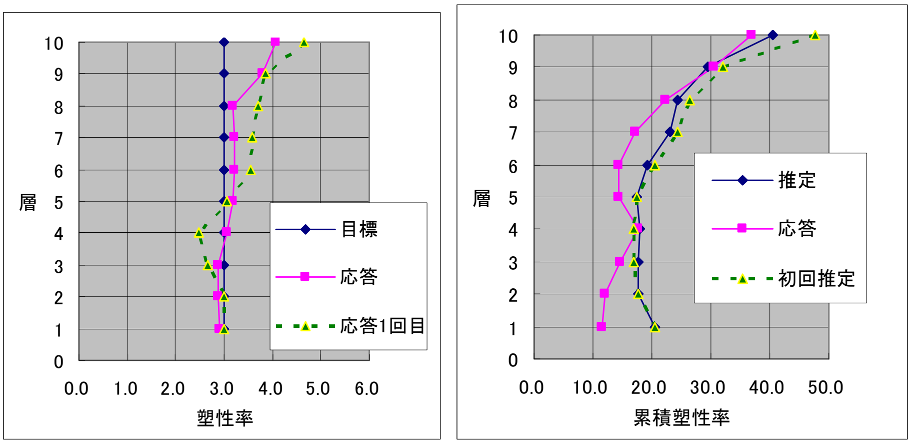
表-例 7　EPRESP NU に対する入力データ

FL	質量	1層間							
		D.M.	減衰係数	リリーフ速度	2次減衰比	バネモデル	初期剛性	弾性限変形	バイリニア係数
	(ton)	(ton)	(kN・s/m)	(m/s)			(kN/m)	m	
10	1000.0	0.0	2120.0	10.000	1.000	1	160000.0	0.02272	0.200
9	1000.0	0.0	2640.0	10.000	1.000	1	200000.0	0.03072	0.200
8	1000.0	0.0	3280.0	10.000	1.000	1	250000.0	0.03259	0.200
7	1000.0	0.0	3920.0	10.000	1.000	1	300000.0	0.03295	0.200
6	1000.0	0.0	4570.0	10.000	1.000	1	350000.0	0.03259	0.200
5	1000.0	0.0	5210.0	10.000	1.000	1	400000.0	0.03163	0.200
4	1000.0	0.0	5860.0	10.000	1.000	1	450000.0	0.03010	0.200
3	1000.0	0.0	6500.0	10.000	1.000	1	500000.0	0.02985	0.200
2	1000.0	0.0	7140.0	10.000	1.000	1	550000.0	0.02975	0.200
1	1000.0	0.0	7790.0	10.000	1.000	1	600000.0	0.02933	0.200

表-例 8　EPRESP NU に対する応答結果(2 倍の BCJ-L2 に対する応答値)

層座標系応答結果

層	絶対加速度	層加速度	層速度	層変位	塑性率(+)	塑性率(−)	累積塑性率(+)	累積塑性率(−)
	m/s^2	m/s^2	m/s	m	DUCT(+)	DUCT(−)	DUCTC(+)	DUCTC(−)
10	6.026	10.455	2.097	0.837	2.8	−4.1	36.9	36.2
9	5.060	9.813	1.828	0.772	2.6	−3.8	30.3	29.5
8	5.256	10.268	1.673	0.675	2.5	−3.2	22.5	21.7
7	5.921	11.769	1.557	0.574	2.2	−3.2	17.0	16.4
6	5.900	11.412	1.444	0.473	2.1	−3.2	14.5	14.2
5	6.475	11.215	1.272	0.399	2.2	−3.2	14.2	14.1
4	6.566	9.507	1.048	0.328	2.2	−3.1	17.9	17.9
3	6.153	8.889	0.850	0.251	1.9	−2.9	14.5	14.8
2	6.310	8.512	0.608	0.170	1.6	−2.9	12.0	12.5
1	6.804	5.934	0.314	0.085	1.6	−2.9	11.4	11.9
0	7.113	0.000	0.000	0.000				



(a)　塑性率　（目標値と応答値）　　　(b)　累積塑性率（推定値と応答値）

図-例 1　塑性率と累積塑性率の推定値と時刻歴結果

目標塑性率 3.0 に対してほぼ満足したものになっています。

また累積塑性率も初回推定値と修正推定値もあまり差が無く、良好な結果だといえます。

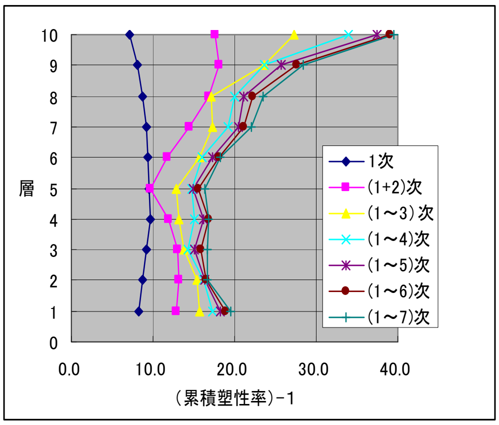


図-例 2　（累積塑性率—1）のモードの重ね合わせ数による変化

図-例 2 は各次モードの影響度をみるために、モードの重ね合わせ数を順次増やしていった時の累積塑性率の変化を示したものですが、1 次と 2 次モードの占める比率は高いですが、高次モードも無視できない大きさであることが分かります。したがって、累積塑性率の調整には高次モードの影響を低減するための手法が求められるのです。

図-例 3 は推定された弾性限変形から求めた降伏層せん断力係数の図です。この系の降伏ベース・シャ係数は $600{,}000kN \cdot 0.0294m/(9.8 \cdot 10 \cdot 1000) = 0.18$ ですが、この値にあわせて Ai 分布の値も比較しています。全層を同一の塑性化するという設計では、上層で Ai 分布よりも小さな値となることが分かります。ただし、その場合には累積塑性率は上層で大きくなると推定しています。なお、層高 8.0m に対する層間変形角は 1/90 となります。2 倍の BCJ-L2 という大きな地震動が対象ですが、部材設計は難しい範疇ではないでしょう。むしろ、バイリニア係数 0.2 という条件を満足させるにはかなり苦労するかもしれません。
また、入力が $1.5m/s^2$ 以下ではその効果は発揮されないということに注意しなければなりません。

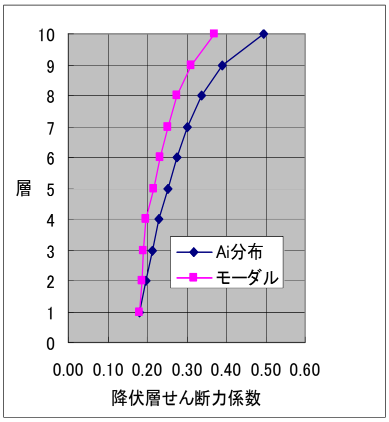


図-例 3　モデル O の降伏層せん断力係数

累積塑性率の調整

先の例題では、各層のバイリニア係数を 0.2 としていますが、例えば弾塑性の制震部材を採用して骨組を弾性とすれば、骨組の剛性 0.2 に対して制震部材の剛性は 0.8 という組合せになります。3.11 の東日本大震災は、こうした制震構造は約 2.0 m/s^2 以下の中地震動に対して制震部材が降伏域に達せず、エネルギー吸収が機能しないということを教えてくれました。それ以上の地震動では部材の累積塑性率の確認が大切です。3.11.では免震の弾塑性ダンパーの破損などが見られたことから、振動の繰り返しに対する安全性のチェックは欠かせない設計行為といえるでしょう。先の例題では、最上層の値は 40 程度で、目標塑性率が 3.0 で

すから、部材としては少なくても 40/3≈13 ということから、塑性率 3.0 で 13 回以上の繰り返しでも劣化しない復元力特性であることを確認しておく必要があります。
そして設計として注意しなければならないのは、累積塑性率は高次モードの影響を強く受けるという現象があるということです。表-例 5 や図-例 2 で示しましたように、2 次以上の累積塑性変形量はかなり大きいものがあります。

それでは高次モードの影響を低減するにはどのようにすれば良いのでしょうか？すぐに思いつくのは次のような方法でしょう。

a) 一番簡単な方法は、下層の剛性を低下させるとともに、塑性化等のエネルギー吸収をその部位に集中させる、いわゆる柔剛混合構造を設計することです。
b) 次に考えられるのは免震形式を採用、それに弾塑性ダンパーと粘性ダンパーを加えて制御する方法です。免震形式にすることで高次モードの影響を小さくし、粘性ダンパー或は D.M.ダンパーで弾塑性の繰り返し数を低下させるのです。
c) 擬似的な方法として、最下層に塑性化を集中させ、通常モードよりも、1 次モードが卓越する「免震モード」的に振動特性を変えることです。これにより高次モードの塑性化の影響は低減する筈です。そして b)の方法と同様に低層に D.M.を配置して大きな粘性減衰定数を付与し、応答変形を抑えると共に、その部位の塑性化繰り返し回数を小さくすることも考えられます。
d) さらに D.M.を利用した擬似モード制御を適用することにより 1 次モードが卓越する特性にして、塑性化の影響を 1 次モードに限定する方法もあるでしょう。

それでは幾つかの方法を試みてみましょう。

a)下層の剛性を低下して、弾塑性制震部材を付加する方法(モデル A)

モデルの設定を表-例 9 に示しました。下層 4 層は制震部材の剛性 8 に対して骨組剛性 2 というかなり大胆な設計です。下層の目標塑性率は最下層から 5,5,4,3 で、その上部はモデル O より剛性を高め、且つ弾性として設計しています。

表-例 9： モデル A の設定

FL	質量	1層間				
		D.M.	減衰係数	初期剛性	バイリニア係数	塑性率
	(ton)	(ton)	(kN･s/m)	(kN/m)		
10	1000.0	0.0	3920.0	300000.0	0.500	1.000
9	1000.0	0.0	3920.0	300000.0	0.500	1.000
8	1000.0	0.0	3920.0	300000.0	0.500	1.000
7	1000.0	0.0	3920.0	300000.0	0.500	1.000
6	1000.0	0.0	4570.0	350000.0	0.500	1.000
5	1000.0	0.0	5210.0	400000.0	0.500	1.000
4	1000.0	0.0	5860.0	450000.0	0.200	3.000
3	1000.0	0.0	6500.0	500000.0	0.200	4.000
2	1000.0	0.0	7140.0	550000.0	0.200	5.000
1	1000.0	0.0	7790.0	600000.0	0.200	5.000

表-例 10　モデル A の特性値

(a)固有値の並び替え

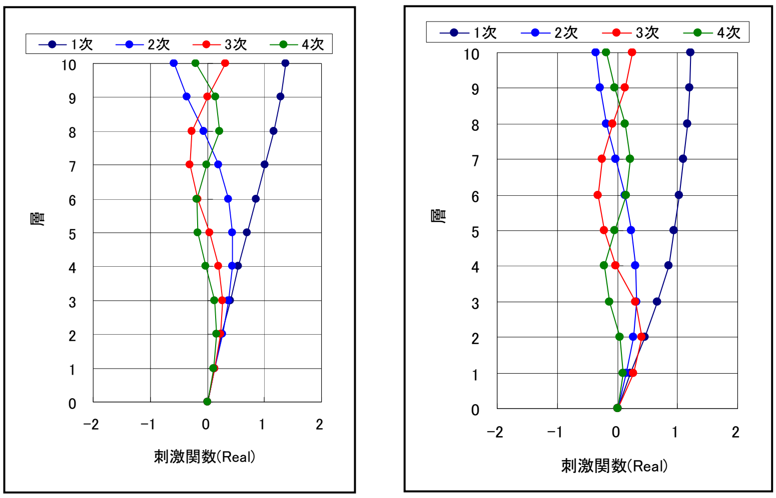
Elastic Plas	Real	Imaginary	ABS
1	0.368	−2.267	2.297
2	−0.523	2.287	2.346
3	−0.025	−7.310	7.310
4	−0.975	7.398	7.462
5	0.049	−11.647	11.647
6	−3.504	12.696	13.170
7	−1.337	−15.883	15.939
8	−3.732	15.588	16.029
9	−2.079	−19.198	19.310
10	−4.598	21.935	22.412
12	−11.991	20.815	24.022
13	−3.960	−23.845	24.172
11	−4.180	−22.282	22.671
16	−18.530	23.242	29.725
14	−5.964	27.376	28.018
15	−5.393	−28.167	28.679
17	−7.237	31.626	32.444
18	−6.981	−31.871	32.627
19	−8.756	34.134	35.239
20	−8.362	−34.627	35.622

(b)対応する固有値

	T'	Te	heq (Re)	hcs	p^	μ^
1次	2.264	1.991	0.025	0.192	0.288	2.943
2次	0.767	0.724	0.058	0.064	0.637	3.647
3次	0.466	0.439	0.121	0.136	0.358	1.814
4次	0.349	0.324	0.131	0.075	0.584	3.846
5次	0.275	0.259	0.138	0.049	0.676	4.396
6次	0.240	0.222	0.282	0.178	0.173	1.696
7次	0.221	0.197	0.357	0.241	0.002	1.760
8次	0.204	0.185	0.167	0.013	0.692	21.090
9次	0.181	0.166	0.188	0.005	0.741	46.702
10次	0.163	0.146	0.199	0.007	0.675	42.214

表-例 10 の(b)はモデル A の特性値です。ただし、先のモデル O と同様に複素固有値の組合せは、エネルギー吸収という物理的意味を満足するようにしなければなりません。物理的意味が成立するように表-例 10(a)のように並び替え（番号が小さい順には並んでいません）を行いますと、その変換された結果として系の特性が(b)のように計算されます。

表から 1 次モードでモーダル・バイリニア係数 $\overline{p}_1 = 0.29$ 、モーダル塑性率 $\overline{\mu}_1 = 2.9$ です。他の高次のバイリニア係数は 3 次モードを除いてほぼ 0.5 以上になっており、高次モードでのエネルギー吸収は小さいことが分かります。3 次ではモーダル・バイリニア係数 $\overline{p}_1 = 0.36$ 、モーダル塑性率 $\overline{\mu}_1 = 1.8$ ですから、1 次モードに比較すれば、やはりエネルギー吸収は低いといえます。これらは表-例 3 に示すモデル O とは非常に異なった特徴になっています。



（ｉ）　原モデルの刺激関数　　　　（ⅱ）モデル A の刺激関数

図-例 4　弾性モデルとモデル A の等価線形化モデルの比較

図-例 4 は原モデルとモデル A の刺激関数の比較を示してあります。確かに層変位に対する刺激関数は 1 次モードが大きくなっていますが、高次モードの層間変形の刺激関数が小さくなるという保証はありません。

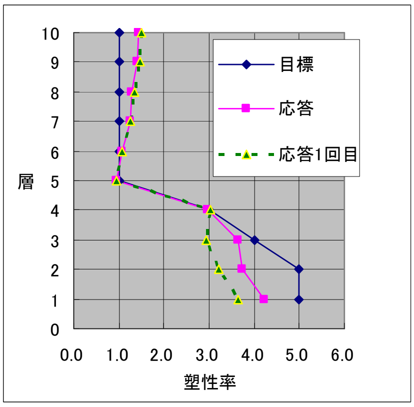
表-例 11　2 倍の BCJ-L2 に対するモーダル累積塑性変形量 $D_{c,j}$ (モデル A)

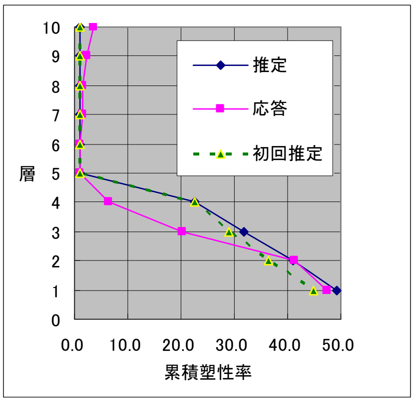
	1 次	2 次	3 次	4 次	5 次	6 次
実効周期	2.26s	0.77s	0.47s	0.35s	0.28s	0.24s
累積変形	3.02m	3.43m	0.36m	0.950m	0.990m	0.124m

表-例 11 は表-例 10 の特性値に対応して求めた各次モードの累積塑性変形量です。1 次、2 次の値が極めて大きくなっています。しかし 3 次モード以上では小さくなっていま。4 次、5 次モードも大きくなっていますが、モーダル塑性率が少し大きいことに原因しています。3 次の 3 倍ほどの累積塑性変形量 D_c になっていますが、バイリニア係数も大きく、エネルギー吸収に貢献しているわけではありません。

表-例 12　モデル A の応答推定値と弾性限変形(2 倍の BCJ-L2)

FL	1層間			1層間(直列)				
	絶対加速度	速度	変位	推定累積塑性変形量	初回弾性限変形	初回累積塑性率	修正弾性限変形	修正累積塑性率
	(cm/s^2)	(cm/s)	(cm)	(cm)	(cm)		(cm)	
10	706.75	186.12	76.91	0.00	2.10	1.00	2.10	1.00
9	582.97	183.95	75.31	0.00	3.90	1.00	3.90	1.00
8	480.94	178.99	72.30	0.00	5.18	1.00	5.18	1.00
7	471.53	171.13	68.19	0.00	5.81	1.00	5.81	1.00
6	476.24	161.67	63.26	0.00	6.12	1.00	6.12	1.00
5	495.19	148.38	58.40	0.00	6.08	1.00	6.08	1.00
4	432.80	133.65	53.58	82.05	3.79	22.65	3.80	22.59
3	517.71	110.11	42.48	95.58	3.41	29.03	3.11	31.73
2	584.80	89.63	28.82	106.76	3.02	36.35	2.66	41.14
1	586.05	51.90	13.74	120.42	2.75	44.79	2.50	49.16
0	711.32	0.00	0.00	−	−	−	−	





(a) 目標塑性率と応答値の比較　　(b)累積塑性率の推定値と応答値の比較

図-例 5　　モデル A の塑性率と累積塑性率

表-例 12 は重ね合わせによる累積塑性変形量と初回および 2 回目の推定弾性限変形に対する累積塑性率を示しています。図-例 5 は塑性率と累積塑性率を図に表したものです。目標塑性率に対して少しずれがあるので修正していますが、累積塑性率に対してほとんど変化し

ておりません。これは推定塑性変形量は変わらないとして計算を進めているので、当然の結果ですが粘性減衰定数が 0.02 などの非常に小さい場合には応答塑性率が若干敏感に変化することに原因しています。しかし累積塑性率を推定するだけならば、修正計算は必要ないでしょう。

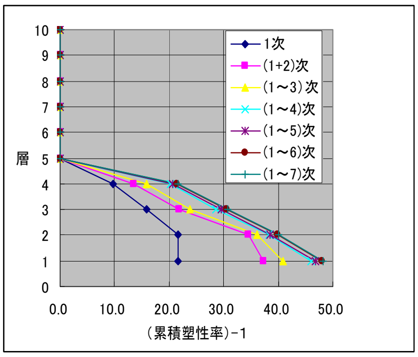


図-例 6　　モードの重ね合わせによる累積塑性率の変化

図-例 6)は累積塑性率のモードの重ね合わせ数による変化です。1 次モードと 2 次モードの影響が大きいのが分かります。他の高次の影響もモデル O と同様な傾向を示しています。最下層の塑性率が 5 に対して累積塑性率が 50 前後ですから、塑性率 5 で 10 回の繰り返しに対しての安全性を保証しておく必要があるということです。

図-例 7 はモデル A の降伏層せん断力係数を示してあります。比較のため Ai 分布の値も示してあります。モデル O の場合とはかなり異なり、Ai 分布よりも大きく、且つ 4 層と 5 層との間に段差のある分布になっていることが分かります。これは勿論下層 4 層に塑性化を限定したことによります。

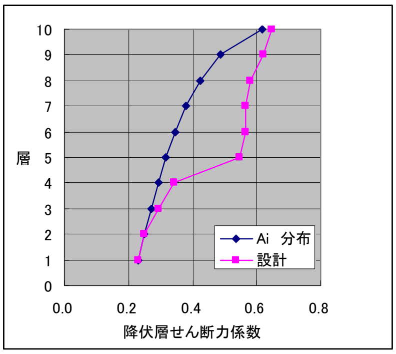


図-例 7　　モデル A の降伏層せん断力係数

逆の言い方をすれば、各層の塑性化の配分は設計者が自由に決めることであり、それに伴って降伏せん断力係数の分布もそれに応じて決めなければならないということです。或は、推定された弾性限変形の分布に対する強制変形を与えて、その形状で各層が降伏強度に達するように部材設計をするという方法もあります。

b)免震モードを優先させる系の場合（モデル B）

ここでは免震層に D.M.ダンパーと弾塑性ダンパーを配置する設計を行ってみましょう。表-例 13 にモデル B の諸元を示しました。

表-例 13　モデル B の構造諸元

FL	質量	1層間							
		D.M.	減衰係数	初期剛性	バイリニア係数	塑性率	D.M.	減衰係数	初期剛性
	(ton)	(ton)	(kN･s/m)	(kN/m)			(ton)	(kN･s/m)	(kN/m)
10	1000.0	0.0	2160.0	160000.0	0.500	1.000	0.0	0.0	0.0
9	1000.0	0.0	2640.0	200000.0	0.500	1.000	0.0	0.0	0.0
8	1000.0	0.0	3280.0	250000.0	0.500	1.000	0.0	0.0	0.0
7	1000.0	0.0	3920.0	300000.0	0.500	1.000	0.0	0.0	0.0
6	1000.0	0.0	4570.0	350000.0	0.500	1.000	0.0	0.0	0.0
5	1000.0	0.0	5210.0	400000.0	0.500	1.000	0.0	0.0	0.0
4	1000.0	0.0	5860.0	450000.0	0.500	1.000	0.0	0.0	0.0
3	1000.0	0.0	6500.0	500000.0	0.500	1.000	0.0	0.0	0.0
2	1000.0	0.0	7140.0	550000.0	0.500	1.000	0.0	0.0	0.0
1	1000.0	0.0	1430.0	110000.0	0.200	7.000	7500.0	30000.0	330000.0

免震層の剛性は第 2 層の 1/5 として、弾塑性ダンパーの剛性はそのうちの 8 割とします。また、目標粘性減衰定数 0.2、目標塑性率 7.0 とします。D.M.装置なしの免震層のみの場合の固有周期 T_0 は 2.58s です。D.M.の連結材の剛性を免震層剛性の 3 倍の 330000kN と設定し、粘性係数無限大の時の固有周期 T_∞ を求めると 2.06s となります。したがって、付加剛性 κ と期待できる粘性減衰定数 h_0 は第三部の(102)式より次のようになります。

$$\kappa = \left(\frac{T_0}{T_\infty}\right)^2 - 1 = \left(\frac{2.58}{2.06}\right)^2 - 1 = 0.568$$

$$h_0 \approx 0.6\sqrt{\frac{\kappa}{2+\kappa}} = 0.28$$

D.M.の値は相加平均則 $T_\infty = \sqrt{T_{01} \cdot T_{02}}$ を満足するように固有値解析の繰り返しから求めますと 7500t となり、目標減衰を実現できる粘性減衰係数は固有値計算の収斂計算から $c = 30{,}000 kN \cdot s / m$ と求まります。

表-例 14　　モデル B の Modal i2s2 による複素固有値の特性値

	Teq	T'	Te	heq (Re)	heq (Im)	hcs	p^	μ^	η^
1次	4.316	3.530	2.586	0.414	(0.015)	0.203	0.237	5.597	0.599
2次	1.688	1.659	1.631	0.193	0.012	0.002	0.933	27.428	0.844
3次	0.772	0.771	0.769	0.071	(0.001)	0.001	0.992	6.819	0.913
4次	0.492	0.489	0.487	0.078	0.000	0.002	0.977	6.279	0.958
5次	0.364	0.362	0.360	0.103	0.000	0.002	0.976	6.403	0.980
6次	0.294	0.293	0.292	0.130	0.000	0.002	0.981	6.649	0.991
7次	0.251	0.249	0.249	0.155	0.000	0.001	0.984	6.935	0.995
8次	0.218	0.218	0.217	0.179	(0.000)	0.001	0.986	7.179	0.998
9次	0.192	0.191	0.191	0.205	(0.000)	0.001	0.989	7.336	0.999
10次	0.169	0.169	0.168	0.234	(0.000)	0.001	0.991	7.378	1.000
11次	0.148	0.148	0.148	0.269	(0.000)	0.001	0.993	7.271	1.000

さらに免震層の塑性化としてバイリニア係数 0.2、目標塑性率 7.0 を設定すると固有値及びモーダル・塑性率 $\bar{\mu}_j$、モーダル・バイリニア係数 $\bar{p}_j$ は表-例 14 のようになります。

1 次モードの実効周期は 3.53s、 $h_{eq,1}=0.41$ 、 $\bar{p}_1=0.24$ 、 $\bar{\mu}_1$5.6 となっています。また、2 次モード以上はほぼ弾性であり、モーダル・バイリニア係数 $\bar{p}_j$ は 0.93 以上で、累積塑性変形量への寄与は大きくないことが分かります。なお、入力低減率 $\bar{\eta}$ は 1 次モードで約 0.6、2 次で 0.84、3 次以上では 0.9 以上ですから D.M.の効果は 1 次モードに集中していることが分かります。

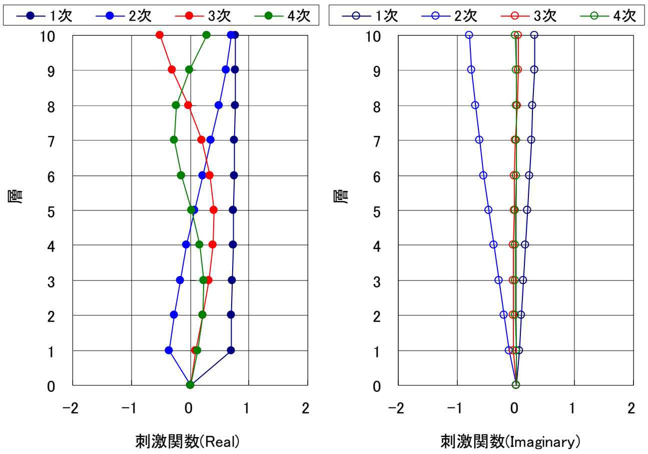


図-例 8　モデル B の等価線形化系の刺激関数

図-例 8 はその刺激関数ですが、1 次モードに大きな位相差が生じ、エネルギー吸収はこのモードに大きく依存していることが分かります。もう一つ重要なことは 1 次モードの挙動は入力低減率 $\bar{\eta}_1$ を乗じたもので決まるということです。これは弾塑性ダンパーのみの場合と大きく異なるところです。

表-例 15 は重ね合わせによるモデル B の応答推定値です。
2 次以上のモーダル・バイリニア係数 $\bar{p}_j$ が 0.75 以上の場合は弾性に近い挙動をするところから m 層の累積塑性変形量 ${}_c d_m$ の推定は次のように行いました。

$${}_c d_m \approx D_{c,1} \cdot {}_c p_{m,1} \cdot \frac{\mu_m - 1}{\mu_m} + (x_m - D_{\max,1} \, {}_c p_{m,1}) \cdot \hat{\gamma}_{\geq 2} \cdot \frac{\mu_m - 1}{\mu_m} \qquad (22)$$

この式を具体的に免震層 $m=1$ を対象に説明致します。まず、1 次モードの特性値の実効周期 T_1'=3.53s、 $h_{eq,1}=0.41$ 、 $\bar{p}_1=0.24$ 、 $\bar{\mu}_1=5.6$ に対して性能図表を用いて、累積塑性変形量を求めると $D_{c,1}=3.31m$ となります。入力低減率 $\bar{\eta}_1$=0.599 から、$D_{c,1}=3.31m \cdot 0.599=1.19m$ です。これに 1 次モードの免震層の刺激関数 ${}_c p_{1,1}$=0.689 及び塑性化分の寄与分 $(\mu_1-1)/\mu_1=6/7$ により、1 次モードの累積塑性変形量は $D_{c,1} \cdot {}_c p_{1,1} \cdot (\mu_1-1)/\mu_1$=1.99・0.689・(6/7)=1.175m となります。
高次モードの値はバイリニア係数が 0.9 以上であり、性能図表の範囲外ですので次のように予測しています。
まず 1 次モードの最大変形は性能図表と入力低減率から $D_{\max,1}=0.355m \cdot 0.599=0.213m$ を求めます。これに 1 次モードの免震層の刺激関数 ${}_c p_{1,1}$=0.689 を乗じると 0.147m となります。

一方、擬似モーダル・アナリシスによる免震層の変形予測は x_1 =0.289m ですから、高次モードの寄与分の層間変形は $(x_1 - D_{\max,1\,c} \cdot p_{1,1})$ =(0.289-0.147)=0.142m となります。

ところが、図-5 の 2 倍の BCJ-L2 に対するスペクトル $\gamma_{40} = V_{E,40} / {}_pS_{V,40}$ から、0.8s 以下の周期は弾性に近い挙動と考えられますから、その繰り返し数は 2 次固有周期で 6 回ですが、3 次固有周期で 10 回となります。これを $\hat{\gamma}_{\geq 2}$ と見做します。すなわち、$\hat{\gamma}_{\geq 2}$ =10 です。したがって、高次モードの変形の塑性化の寄与分 $(\mu_m - 1)/\mu_m$ =6/7 に繰り返し数 $\hat{\gamma}_{\geq 2}$ =10 を乗じたものが高次モードの累積塑性変形量であると考えられます。

表-例 15　擬似モーダル・アナリシスによるモデル B の応答推定値 (2 倍の BCJ-L2)

FL	1層間			1層間(直列)			
	絶対加速度	速度	変位	変位	弾性限変位	推定累積塑性率	目標塑性率
	(cm/s^2)	(cm/s)	(cm)	(cm)	(cm)		
10	1069.53	203.26	71.49	6.63	−	1.000	1.000
9	713.45	185.56	65.77	8.75	−	1.000	1.000
8	562.14	159.71	57.77	8.50	−	1.000	1.000
7	647.73	137.73	49.86	7.88	−	1.000	1.000
6	676.94	128.65	42.98	6.98	−	1.000	1.000
5	784.06	117.14	37.53	6.05	−	1.000	1.000
4	766.69	114.56	34.15	5.24	−	1.000	1.000
3	645.39	97.60	32.55	4.72	−	1.000	1.000
2	588.16	71.08	30.53	4.54	−	1.000	1.000
1	615.60	49.57	28.93	28.93	4.13	58.90	7.000
0	711.32	0.00	0.00	−	−	−	−

したがって、予測弾性限変形 $x_{e,1} = 0.0413m$ に対する累積塑性率 μ_c は

$$\mu_c = \left(D_{c,1} \cdot {}_c p_{m,1} \cdot \frac{\mu_m - 1}{\mu_m} + (x_m - D_{\max,1\,c} \cdot p_{m,1}) \cdot \hat{\gamma}_{\geq 2} \cdot \frac{\mu_m - 1}{\mu_m} \right) / x_{e,1} + 1$$
$$= (1.175 + 10 \cdot 0.142 \cdot 6/7) / 0.0413 + 1 \approx 58.9$$

となります。これが表-例 15 に載っている値です。

表-例 16 は精度確認のための EPRESP NU のための入力データです。弾性限変形の値は表-例 15 で推定されたものが入力されていることを確認して下さい。

そして表-例 17 はその応答結果です。

表-例 16　EPRESP NU に対する入力データ

FL	質量	1層間							1層間(直列部材)				
		減衰係数	リリーフ速度	2次減衰比	バネモデル	初期剛性	弾性限変形	バイリニア係数	D.M.	減衰係数	リリーフ速度	2次減衰比	初期剛性
	(ton)	(kN・s/m)	(m/s)		※1	(kN/m)	(m)		(ton)	(kN・s/m)	(m/s)		(kN/m)
10	1000.0	2160.0	10.000	1.000	1	160000.0	0.0663	0.500	0.0	0.0	10.000	1.000	0.0
9	1000.0	2640.0	10.000	1.000	1	200000.0	0.0875	0.500	0.0	0.0	10.000	1.000	0.0
8	1000.0	3280.0	10.000	1.000	1	250000.0	0.0850	0.500	0.0	0.0	10.000	1.000	0.0
7	1000.0	3920.0	10.000	1.000	1	300000.0	0.0788	0.500	0.0	0.0	10.000	1.000	0.0
6	1000.0	4570.0	10.000	1.000	1	350000.0	0.0698	0.500	0.0	0.0	10.000	1.000	0.0
5	1000.0	5210.0	10.000	1.000	1	400000.0	0.0605	0.500	0.0	0.0	10.000	1.000	0.0
4	1000.0	5860.0	10.000	1.000	1	450000.0	0.0524	0.500	0.0	0.0	10.000	1.000	0.0
3	1000.0	6500.0	10.000	1.000	1	500000.0	0.0472	0.500	0.0	0.0	10.000	1.000	0.0
2	1000.0	7140.0	10.000	1.000	1	550000.0	0.0454	0.500	0.0	0.0	10.000	1.000	0.0
1	1000.0	1430.0	10.000	1.000	1	110000.0	0.0413	0.200	7500.0	30000.0	10.000	1.000	330000.0

塑性化は免震層のみですが、その目標塑性率 7.0 に対して応答塑性率は 7.4 です。また累積塑性率は推定 58.9 に対して 59.4 になっています。このように粘性減衰定数が大きい場合は

修正計算の必要がないことを納得頂けるかと思います。

なお、免震層の降伏せん断力係数はばね復元力が 110000kN、弾性限変形が 0.0413m でところから、 $C_{e,B} = 110000 \cdot 0.0413/(10 \cdot 1000 \cdot 9.8) = 0.046$ となります。

表-例 17　EPRESP NU に対する応答結果(2 倍の BCJ-L2 に対する応答値)

(a)　絶対加速度、層変位などの応答結果

FL	絶対加速度	層加速度	層速度	層変位
	m/s^2	m/s^2	m/s	m
10	11.372	13.536	2.151	0.718
9	7.406	10.477	1.972	0.657
8	5.434	10.426	1.703	0.575
7	6.564	11.141	1.439	0.496
6	7.022	11.512	1.335	0.428
5	8.139	11.743	1.212	0.390
4	7.886	10.646	1.184	0.364
3	7.061	9.264	1.001	0.348
2	6.472	8.669	0.723	0.327
1	5.924	7.196	0.483	0.300
0	7.113	0.000	0.000	0.000

(b)　抵抗力、塑性率、累積塑性率の応答結果

FL	主系									
	減衰力	最大速度	ばねせん断力	最大変形	塑性率(+)	塑性率(−)	塑性回数(+)	塑性回数(−)	累積塑性率(+)	累積塑性率(−)
	(kN)	(m/s)	(kN)	(m)	DUCT(+)	DUCT(−)	(+)	(−)	DUCTC(+)	DUCTC(−)
10	1214.0	0.562	11313.0	0.071	0.9	−1.1	0	1	1.0	1.1
9	1613.9	0.611	18422.0	0.092	0.8	−1.1	0	1	1.0	1.1
8	1707.1	0.520	21991.0	0.088	0.7	−1.0	0	1	1.0	1.0
7	1631.6	0.416	24220.0	0.081	0.7	−1.0	0	1	1.0	1.0
6	1582.5	0.346	24873.0	0.071	0.7	−1.0	0	1	1.0	1.0
5	1448.8	0.278	24550.0	0.061	0.8	−1.0	0	1	1.0	1.0
4	1576.9	0.269	24041.0	0.053	0.8	−1.0	0	1	1.0	1.0
3	1941.1	0.299	23408.0	0.047	0.8	−1.0	0	0	1.0	1.0
2	2451.0	0.343	26231.0	0.048	0.9	−1.1	0	1	1.0	1.1
1	690.5	0.483	10243.0	0.300	3.7	−7.3	47	33	59.1	59.4

表-例 18 は D.M. 制震装置の応答値を示しています。装置に連結されているばねに作用する力は約 23200kN ですが、一般化するために次のように D.M.装置作用係数 χ_m と定義します。

$$\chi_m = \frac{f_{DM,m}}{\sum_{i=m}^{n} m_i g} = \frac{m\text{層装置のばね作用力}}{m\text{から最上層}n\text{までの重量和}} \tag{23}$$

表-例 18　D.M.制震装置の応答値

FL	1層間(直列部材)					
	D.M.力	最大加速度	減衰力	最大速度	ばねせん断力	最大変形
	(kN)	(m/s2)	(kN)	(m/s)	(kN)	(m)
10	0.0	0.000	0.0	0.000	0.0	0.000
9	0.0	0.000	0.0	0.000	0.0	0.000
8	0.0	0.000	0.0	0.000	0.0	0.000
7	0.0	0.000	0.0	0.000	0.0	0.000
6	0.0	0.000	0.0	0.000	0.0	0.000
5	0.0	0.000	0.0	0.000	0.0	0.000
4	0.0	0.000	0.0	0.000	0.0	0.000
3	0.0	0.000	0.0	0.000	0.0	0.000
2	0.0	0.000	0.0	0.000	0.0	0.000
1	16839.0	2.245	16020.0	0.534	23184.0	0.070

構造物全体の重量は100,000kNですから、免震層に設置したD.M.装置作用係数χ_1は0.23となります。表-例17(b)より主架構の1階でのばねせん断力は10243kN、せん断力係数s_1にすれば0.102ですから、D.M.装置に作用する力が大きいことが分かります。
実際の設計としては、23200kNを25000kNと置き換えれば、2500kNダンパー10台ということになります。ただし、増幅倍率2倍のトグル機構などを用いれば、1250kNダンパー10台となります。ただし、ストロークは表-例17の層間変形の2倍の0.60m、余裕をもたせばストロークは0.75mで、最大速度は1.2m/sの装置ということになります。
その場合、7500tのD.M.はその1/4の1875tです。10台利用するところから188t、装置そのものの増幅率は20~40倍ですから、回転させるフライホェールの質量は0.12t～0.47tということになります。
最近では5000kNダンパーも試作されており、使用する台数はより少なくなるでしょう。

もうひとつ、D.M.（粘性）ダンパーの繰り返し数を粗く見積もっておきましょう。この例ではたまたま1次モードの等価粘性減衰定数$h_{eq,1}=0.41$ですから、図-5から$\mathrm{T}_1'=3.56\mathrm{s}$の繰り返し数$\gamma=5$から少なくても最大速度での繰り返しは5回以上あるはずです。
線形の場合、有効質量、有効粘性減衰、有効剛性に間には良く知られている次の関係[8)]があります。

$$\omega_j^2\mathbf{r}_j^T\mathbf{M}\mathbf{r}_j=\mathbf{r}_j^T\mathbf{K}\mathbf{r}_j \qquad \mathbf{r}_j^T\mathbf{C}\mathbf{r}_j=2h_j\omega_j\mathbf{r}_j^T\mathbf{M}\mathbf{r}_j \tag{24}$$

弾性の場合の有効質量は大きく見積もって各層1000tonの10層分の10000tonです。また、有効剛性を全て加えると最下層のばね剛性110000kN/mになるという特性があります。
そこで、粗く有効質量、有効粘性減衰、有効剛性を、10000ton、30000$kN\cdot s/m$、110000kNとおきます。
そこで弾塑性時の実効周期$T'=3.53s.$における入力エネルギー換算速度は図-5のスペクトル図から$V_E=4.4m/s$で、入力エネルギーは次のようになります。

$$M_{eq,1}V_E^2/2=96800kN\cdot m\approx 100{,}000kN\cdot m$$

一方、免震層のばねのバイリニア係数は0.2です。目標塑性率を満足する弾性限変形x_{ed}、累積塑性変形量D_cは0.0413m、$D_c=58.9\cdot 0.0413m=2.43m$となります。したがって(付-36)式より

$$\frac{1}{2}M_{eq}V_{Ed}=\frac{1}{2}M\frac{K_1}{M}x_{ed}^2\{1+4(1-p)(\mu_c-1)\}=\frac{1}{2}110000\cdot 0.0413(1+3.2\cdot 2.43)\approx 20{,}000kN\cdot m$$

したがってD.M.粘性ダンパーが負担しなければエネルギーは80,000$kN\cdot m$です。
さらに、弾塑性としての1次の等価粘性減衰定数は0.41ですから、(付-27)式より粘性ダンパーが吸収するエネルギーはn_h周回するとすれば$V_{\max}=0.496m/s$、$D_{\max}=0.300m$から

$$\frac{1}{2}Mn_hE_h'=n_hM\cdot\pi\cdot\frac{C}{M}\cdot V_{\max}\cdot D_{\max}=n_h\cdot\pi\cdot 30000\cdot 0.496m/s\cdot 0.30m\approx n_h 14{,}000kN\cdot m$$

これより、$n_h = 80{,}000/14{,}000 \approx 6$ 回という値がでます。スペクトル図の繰り返し数 $\gamma = 5$ に近い値になっています。実際設計としては最大減衰力 16,000kN、ストローク 0.3m 以上、最大速度 0.6m/s で 10 回程度の繰り返しに耐えられる装置でなければならないということです。トグルなどの β 2 倍の増幅率をもつ装置を介在するとすれば、最大減衰力は $1/\beta$ 倍、ストロークおよび最大速度は β 倍にしなければならないことはいうまでもありません。

（c）擬似免震モデル(モデル C)

ここでは、第 1 層と第 2 層を柔構造、その上層全てを非常に剛な構造として設計してみましょう。理由は免震層のみの構成では、モデル B でも免震層のスチロークは約 0.3m で大きく、それを確保する設計ができない場合に対応するためです。表-例 19 に構造諸元を示してあります。第 1 層、2 層のばね剛性を第 3 層の半分とし、その 6 割を弾塑性ダンパーの剛性、残り 4 割を架構剛性としています。

表-例 19　モデル C の構造諸元

(a)　主架構の構造諸元と目標塑性率　　　(b)　D.M.制震機構の諸元

FL	質量	1層間							
		D.M.	減衰係数	初期剛性	バイリニア係数	塑性率	D.M.	減衰係数	初期剛性
	(ton)	(ton)	(kN･s/m)	(kN/m)			(ton)	(kN･s/m)	(kN/m)
10	1000.0	0.0	8000.0	800000.0	0.500	1.000	0.0	0.0	0.0
9	1000.0	0.0	8500.0	850000.0	0.500	1.000	0.0	0.0	0.0
8	1000.0	0.0	9000.0	900000.0	0.500	1.000	0.0	0.0	0.0
7	1000.0	0.0	10000.0	1000000.0	0.500	1.000	0.0	0.0	0.0
6	1000.0	0.0	10500.0	1050000.0	0.500	1.000	0.0	0.0	0.0
5	1000.0	0.0	11000.0	1100000.0	0.500	1.000	0.0	0.0	0.0
4	1000.0	0.0	11500.0	1150000.0	0.500	2.000	0.0	0.0	0.0
3	1000.0	0.0	12000.0	1200000.0	0.500	2.000	0.0	0.0	0.0
2	1000.0	0.0	6000.0	600000.0	0.400	5.000	12500.0	95000.0	1800000.0
1	1000.0	0.0	6000.0	600000.0	0.400	5.000	12500.0	95000.0	1800000.0

目標塑性率は 5.0 です。ただし、第 3 層、第 4 層の剛性は架構と弾塑性ダンパーは 5 割ずつ分担し、その目標塑性率を 2.0 としています。D.M.制震機構は第 1 層、2 層に配置し、連結剛性を主架構と弾塑性ダンパーの和の 3 倍に設定しています。D.M.の値は、弾性状態に対して設計をしています。

モデル B と同様に D.M.装置の設計からはじめます。主架構の弾性状態の固有周期は $T_0 = 1.46s$、D.M.制震機構の粘性減衰を無限大の固有周期は $T_\infty = 1.14s$ となりますので、付加剛性 κ と期待できる粘性減衰定数 h_0 は第三部の(102)式より次のようになります。

$$\kappa = \left(\frac{T_0}{T_\infty}\right)^2 - 1 = \left(\frac{1.46}{1.14}\right)^2 - 1 = 0.640$$

$$h_0 \approx 0.6\sqrt{\frac{\kappa}{2+\kappa}} = 0.30$$

また、D.M.の値は相加平均則 $T_\infty = \sqrt{T_{01} \cdot T_{02}}$ を満足するように固有値解析の繰り返しから求めますと、第 1 層、2 層に 12500t となります。

そして、対応する粘性減衰定数 $h = 0.30$ になるようにすれば、要求される粘性減衰係数は $c = 95000 kN \cdot s/m$ となります。

表-例 20　モデル C の Modal i2s2 による複素固有値の特性値

	Teq	T'	Te	heq (Re)	heq (Im)	hcs	p^	μ^	η^
1次	1.914	1.649	1.460	0.386	(0.019)	0.102	0.479	4.330	0.701
2次	1.401	1.202	1.058	0.652	(0.001)	0.106	0.464	4.345	0.029
3次	0.953	0.905	0.882	0.257	0.007	0.050	0.730	2.155	0.782
4次	0.402	0.394	0.390	0.089	(0.001)	0.021	0.873	1.896	0.938
5次	0.250	0.247	0.246	0.109	(0.001)	0.009	0.944	2.327	0.952
6次	0.191	0.187	0.184	0.139	(0.001)	0.024	0.858	2.010	0.970
7次	0.157	0.153	0.152	0.184	(0.001)	0.021	0.874	2.229	0.992
8次	0.134	0.132	0.130	0.221	(0.007)	0.024	0.851	1.703	0.999
9次	0.120	0.118	0.117	0.262	(0.017)	0.023	0.855	1.672	1.000
10次	0.111	0.108	0.107	0.306	0.005	0.039	0.744	1.512	0.999
11次	0.102	0.099	0.098	0.309	0.010	0.011	0.905	4.558	1.000
12次	0.082	0.079	0.077	0.128	0.005	0.023	0.831	4.167	0.981

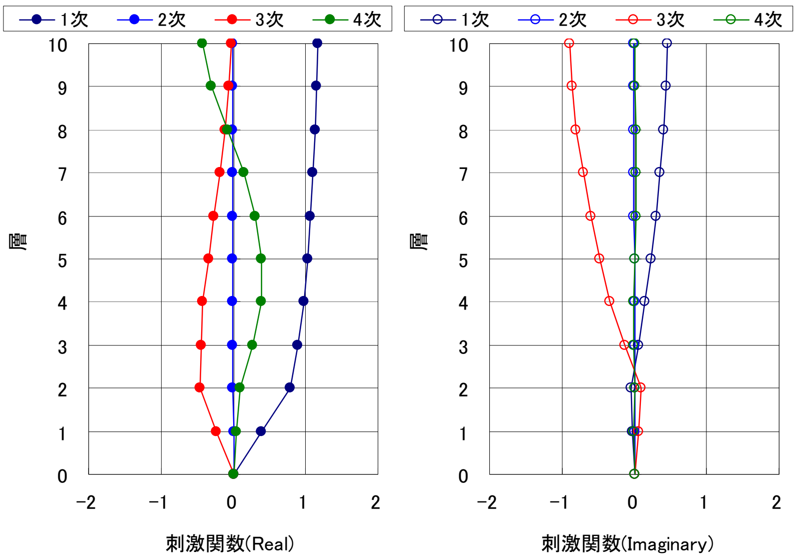


図-例 9　モデル C の刺激関数

主架構の目標塑性率を設定して複素固有値解析を行って得られた固有値が表-例 19 です。弾性時の 1 次モードの固有周期が 1.46s、塑性化による実効周期が 1.65s で、粘性減衰定数が 0.386 になっていますが、弾塑性減衰分としての等価減衰定数 h_{cs} 0.102 が付加され、実質的にはその和の 0.488 ということになります。なお、等価線形系の刺激関数は図-例 9 に示してあります。左側が実部、右側が虚部になっています。2 次モードがほぼゼロで発生しておらず、3 次、4 次モードが大きくなっています。また、モーダル・バイリニア係数 $\overline{p}_d$ を表-例 19 でみますと、1 次モードで 0.48 ですが、3 次以降は 0.73 以上であり塑性化としてのエネルギー吸収は小さいことが分かります。ただし、累積塑性率に対しては影響するということはモデル B と同様です。

これらの特性を視覚的にするために描いたのが図-例 10 の共振曲線です。図中の最適減衰は表-例 20(b)の値の最適減衰係数の場合で、Cd=0 はその 1/10 のとき、Cd=∞はその 10 倍とした場合です。P,Q という定点の存在が良く分かると思います。P 点が 1 次モード、Q 点が 3 次モードの固有周期です。4 次モードの固有周期は 0.39s です。

表-例 21　擬似モーダル・アナリシスによるモデル C の応答推定値 (2 倍の BCJ-L2)

FL	1層間			1層間(直列)			
	絶対加速度	速度	変位	変位	弾性限変位	推定累積塑性率	目標塑性率
	(cm/s^2)	(cm/s)	(cm)	(cm)	(cm)		
10	1042.64	165.99	33.73	1.25	−	1.0	1.00
9	836.74	153.64	33.15	2.11	−	1.0	1.00
8	688.68	133.05	32.03	2.59	−	1.0	1.00
7	727.07	114.42	30.39	2.62	−	1.0	1.00
6	725.00	105.22	28.40	2.81	−	1.0	1.00
5	681.77	95.20	26.21	3.13	−	1.0	1.00
4	733.95	84.38	24.02	4.36	2.18	9.8	2.00
3	707.57	68.25	20.66	4.45	2.23	9.8	2.00
2	743.85	57.53	17.35	8.41	1.68	38.5	5.00
1	693.13	30.37	8.95	8.95	1.79	38.8	5.00
0	711.32	0.00	0.00	−	−	−	−

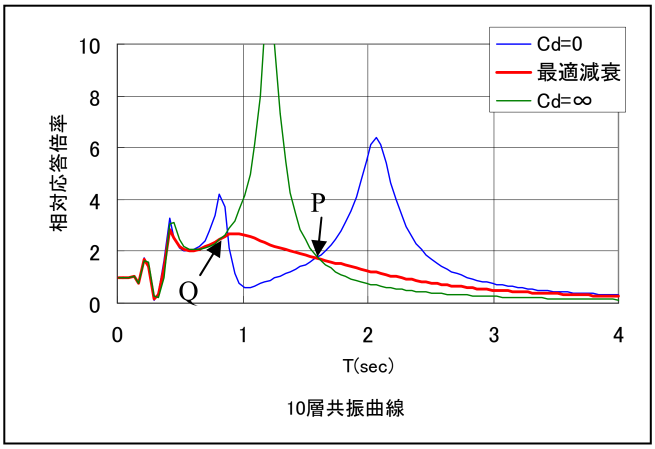


図-例 10　モデル C の 10 層の共振曲線

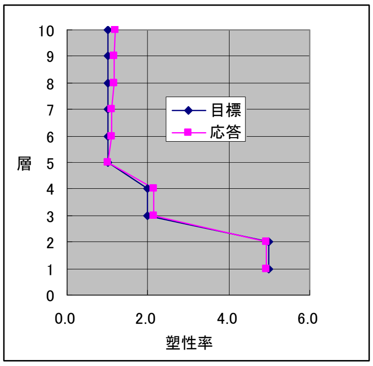
これらの特性値を利用して擬似モーダル・アナリシスを行った結果が表-例 21 です。

推定累積塑性率はモデル B と同様に(22)式を利用しています。すなわち、1 次モードに対してのみ累積塑性変形量 D_c と最大変形 D_{max} を性能図表により求め、入力低減率を乗じます。

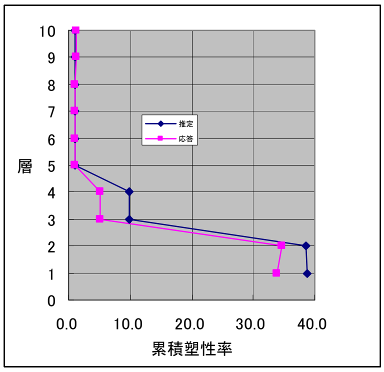
結果は D_c は 1.44m であり、 D_{max} は 0.143m です。

例えば第 1 層の 1 次モードの刺激関数の絶対値 0.407 です。これを利用しますと、第 1 層の累積塑性変形量は目標塑性率 5 ですから、塑性変形分の刺激関数は 4/5 となります。これより $0.407 \cdot 1.44m \cdot (4/5) = 0.469m$ となります。

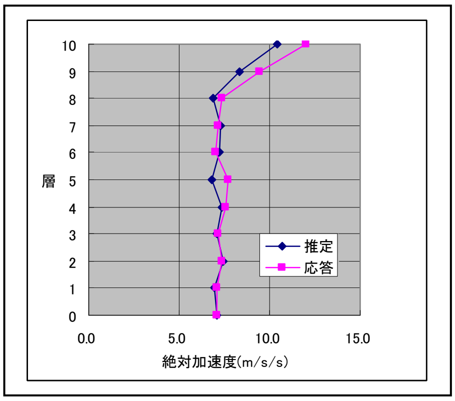
一方、第 1 層の層間変形は $0.143m \cdot 0.407 = 0.0581m$ となります。推定層間変形は 0.0895m ですから、高次モードの寄与分は $0.0895 - 0.0581 = 0.0314m$ となります。2 次モードの入力低減率 $\bar{\eta}_2$ は 0.029 ですから無視できます。3 次モードの固有周期は 1.0s ですが、図-5 の入力のスペクトルから繰り返し回数は 8 回と読めます。したがって、高次モードの累積塑性変形量は $0.0314 \cdot 8 \cdot (4/5) = 0.201m$ です。全体としての累積塑性変形量はその和である $0.469m + 0.201m = 0.670m$ となります。弾性限変形は 0.0179m ですから、累積塑性率は $0.670 / 0.0179 + 1 = 38.4$ となります。これが表-例 21 に載っている値です。



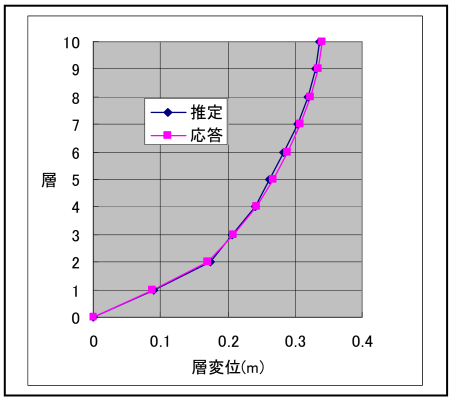
(a)塑性率



(b)累積塑性率



(c)　絶対加速度



(d)　層変位

図-例 11　　モデル C の推定値と時系列応答結果の比較

精度の確認のために、EPRESPNU により時系列応答解析を行った結果と推定値とを比較したのが図-例 11 です。両者の整合性は非常に良いと言えるでしょう。

表-例 22　D.M.ダンパーの応答値

FL	1層間(直列部材)					
	D.M.力	最大加速度	減衰力	最大速度	ばねせん断力	最大変形
	(kN)	(m/s2)	(kN)	(m/s)	(kN)	(m)
10	0.0	0.000	0.0	0.000	0.0	0.000
9	0.0	0.000	0.0	0.000	0.0	0.000
8	0.0	0.000	0.0	0.000	0.0	0.000
7	0.0	0.000	0.0	0.000	0.0	0.000
6	0.0	0.000	0.0	0.000	0.0	0.000
5	0.0	0.000	0.0	0.000	0.0	0.000
4	0.0	0.000	0.0	0.000	0.0	0.000
3	0.0	0.000	0.0	0.000	0.0	0.000
2	22130.0	1.770	23043.0	0.243	32401.0	0.018
1	25079.0	2.006	24371.0	0.257	34583.0	0.019

表-例 22 は D.M.制震装置の応答値です。(23)式の定義にしたがって計算すると $\chi_2 = 0.367$ 、

$\chi_1 = 0.353$ となり、いずれもモデル B よりも大きくなっています。これは下層 2 層のばね剛性がモデル C の免震層よりも 6 倍ほど大きくなっているためです。
なお、弾塑性部材の繰り返し数は累積塑性率を塑性率で除した 38.5/5≈8 回ということになります。
広義の有効質量を計算すると 13300t となります。入力エネルギー換算速度 V_E は 5.36m/s ですが、入力低減率 $\overline{\eta}_1 = 0.701$ を考えると入力エネルギーは次のようになります。

$$\frac{1}{2}M_{eq}\left(V_E \cdot \overline{\eta}_1\right)^2 \approx 94{,}000 kN \cdot m$$

第 1 層と第 2 層の弾塑性及び粘性減衰でエネルギーの大半を吸収していますから、その和でエネルギーの検討をします。主構造の弾性限変形は 0.0179m と 0.0168m、バイリニア係数は 0.4、累積塑性率はそれぞれ 39 ですから、累積塑性変形量 D_c は $0.698m$, $0.655m$ です。
したがって(付-36)式より

$$\begin{aligned}&\sum_{n=1}^{2}\frac{1}{2}M\frac{K_n}{M}x_{ed}^2\{1+4(1-p)(\mu_c-1)\}\\&=\frac{1}{2}600{,}000\cdot 0.0179(1+2.4\cdot 0.698)+\frac{1}{2}600{,}000\cdot 0.0161(1+2.4\cdot 0.655)\approx 26{,}800 kN\cdot m\end{aligned}$$

したがって D.M.粘性ダンパーのエネルギー負担はその差 67,200kNm です。
(付-27)式より吸収するエネルギーは、粘性ダンパーが n_h 周繰り返すとすれば、第 2 層では $V_{\max} = 0.243 m/s$, $D_{\max} = 0.084 m$ 、第 1 層では $V_{\max} = 0.257 m/s$, $D_{\max} = 0.089 m$ ですから

$$\begin{aligned}&\frac{1}{2}Mn_h E'_h = n_h \sum_{n=1}^{2} M\cdot\pi\cdot\frac{C_n}{M}\cdot V_{\max}\cdot D_{\max}\\&= n_h\cdot(\pi\cdot 95000\cdot 0.243 m/s\cdot 0.084 m+\pi\cdot 95000\cdot 0.257 m/s\cdot 0.089 m)\approx n_h 12{,}800 kN\cdot m\end{aligned}$$

これより、 $n_h = 67{,}200/12{,}800 \approx 5$ 回という値がでます。高次モードの計算は省略しますが、その影響を勘案すれば弾塑性ダンパーと同数の繰り返しを検討しておけば良いでしょう。

（d）擬似モード制御を併用したモデル（モデル D）

次は下層 4 層に D.M.を配置させ、1 次モードが卓越する系をつくり、その上で粘性減衰と弾塑性減衰を付与するものとしましょう。
最終的なパラメータの設定は表-例 23 に示します。
ここでは、下層 4 層以下の D.M.装置の連結剛性を剛とするため、層剛性の 5 倍の値を採用しています。その理由はモード制御の理論が、D.M.連結材の剛性が無限大を前提としており、それに近づくための処置です。
また 5 層以上はモデル O の 2 倍の剛性を与えています。その理由は下層 4 層の剛性が D.M.連結材の剛性の影響を受けて合成剛性が大きくなりますので、上層の剛性との間に大きな不連続な剛性分布にしないためです。

表-例 23　擬似モード制御モデルの構造諸元(モデル D-o)

FL	質量	1層間							
		D.M.	減衰係数	初期剛性	バイリニア係数	塑性率	D.M.	減衰係数	初期剛性
	(ton)	(ton)	(kN･s/m)	(kN/m)			(ton)	(kN･s/m)	(kN/m)
10	1000.0	0.0	3200.0	320000.0	0.400	1.000	0.0	0.0	0.0
9	1000.0	0.0	4000.0	400000.0	0.400	1.000	0.0	0.0	0.0
8	1000.0	0.0	5000.0	500000.0	0.400	1.000	0.0	0.0	0.0
7	1000.0	0.0	6000.0	600000.0	0.400	1.000	0.0	0.0	0.0
6	1000.0	0.0	6000.0	600000.0	0.400	1.000	0.0	0.0	0.0
5	1000.0	0.0	7000.0	700000.0	0.400	1.000	0.0	0.0	0.0
4	1000.0	0.0	6000.0	600000.0	0.400	2.000	4800.0	67000.0	3000000.0
3	1000.0	0.0	6000.0	600000.0	0.400	4.000	6100.0	85000.0	3000000.0
2	1000.0	0.0	6000.0	600000.0	0.400	4.000	7500.0	105000.0	3000000.0
1	1000.0	0.0	6000.0	600000.0	0.400	4.000	9100.0	127000.0	3000000.0

まず、擬似モードですが、最初の完全モード制御[11,12]を設計、その値の 1/2 を採用して擬似モードとします。完全モード制御の式は参考文献に譲りますが、その理論の原理的な方法は簡単です。いま、弾性系として D.M.を含む振動方程式は(15)式から

$$\left.\begin{aligned}&(\mathbf{M}+\mathbf{M}')\ddot{\mathbf{x}}+\mathbf{K}\,\mathbf{x}=-\mathbf{M}\,\mathbf{i}\,\ddot{g}_x=-(\mathbf{M}+\mathbf{M}')\boldsymbol{\eta}\,\ddot{g}_x\\&\boldsymbol{\eta}=(\mathbf{M}+\mathbf{M}')^{-1}\mathbf{M}\,\mathbf{i}\end{aligned}\right\}\tag{15}$$

ここで、$\mathbf{M}$ は原系の質量マトリックス、$\mathbf{M}'$ は D.M.のみのマトリックス、$\mathbf{K}$ は剛性マトリックス、$\mathbf{i}$ は入力ベクトルで $\mathbf{i}^T=[1,1,\cdots,1]$、$\ddot{g}_x$ は地震動入力です。そこで上記の系の刺激係数を(17)式より次のように調整します。

$$\beta_j=\frac{\mathbf{r}_j^T(\mathbf{M}+\mathbf{M}')\boldsymbol{\eta}}{\mathbf{r}_j^T(\mathbf{M}+\mathbf{M}')\mathbf{r}_j}\quad\rightarrow\ \boldsymbol{\eta}=\mathbf{r}_1\text{ ならば }\quad\beta_1=1,\ \ \beta_s=0\ (s=2,3,4\cdots)\tag{25}$$

$\mathbf{M}$ 、$\mathbf{M}'$ の要素は質点系の場合、次のようになります。

$$\mathbf{M}=\begin{bmatrix}m_n&&&&\\&m_{n-1}&&&\\&&\bullet&&\\&&&m_2&\\&&&&m_1\end{bmatrix},\quad M'=\begin{bmatrix}m'_n,\ \ -m'_n&&\\-m'_n,\ m'_n+m'_{n-1},\ -m'_{n-1}&&\\&\bullet&\\&&-m'_2,\ m'_2+m'_1,\ -m'_1\\&&-m'_1\ ,\ \ {}_1m'_1\end{bmatrix}\tag{26}$$

したがって、$\boldsymbol{\eta}=\mathbf{r}_1$ になるように $\mathbf{M}'$ の要素を次のように決めれば良いということになります。

$$(\mathbf{M}+\mathbf{M}')\mathbf{r}_1=\mathbf{M}\mathbf{i}\quad\rightarrow\mathbf{M}(\mathbf{i}-\mathbf{r}_1)=\mathbf{M}'\mathbf{r}_1=\tilde{\mathbf{R}}\,\mathbf{m}'$$

$$\tilde{\mathbf{R}}_1=\begin{bmatrix}(r_{n,1}-r_{n-1,1,})&&\\-(r_{n,1}-r_{n-1,1,}),\ (r_{n-1,1}-r_{n-2,1})&&\\\bullet\qquad\bullet&&\\&-(r_{3,1}-r_{2,1}),\ (r_{2,1}-r_{1,1}),&\\&&-(r_{2,1}-r_{1,1}),\ \ r_{1,1}\end{bmatrix},\ \mathbf{m}'=\begin{Bmatrix}m'_n\\m'_{n-1}\\\bullet\\m'_2\\m'_1\end{Bmatrix}\tag{27}$$

最初に $\mathbf{r}_1$ の最上層を 1.0 に基準化して他の要素を任意に 1 次モードとなるように仮定すれば、$\mathbf{m}'$ は決まりますので、これで固有値問題を解き、求められた $\tilde{\mathbf{r}}_1$ を最上層を 1 に基準化し、再び $\mathbf{r}_1=\tilde{\mathbf{r}}_1$ として(27)式に代入、$\mathbf{m}'$ を求めるという繰り返していきます。$\tilde{\mathbf{r}}_1$ が収束すれば、その時の　$\mathbf{m}'$ が 1 次モードに制御するための D.M.の値となります。これが原則的な方法で

す。ただし、1 次モード以外には利用することができません。何故ならば $\mathbf{m}'$ の要素に負の値がでてくるからです。ともかく原理的には 1 次モードに制御することはできます。
ここでは、その結果の下層 4 層分だけに限定して、その 1/2 を採用することにします。

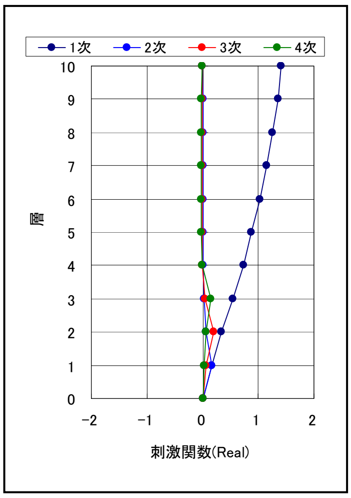
次に粘性減衰の設定を行いますが、バイリニア係数 1.0、目標塑性率 1.0 という弾性条件下で、表-例 22 の D.M.装置の減衰係数がゼロの時の固有周期 T_0、無限大の時の固有周期 T_∞ を求めます。結果は $T_0 = 1.816s$ 、$T_\infty = 1.196s$ です。これより付加剛性 κ は次のようになります。

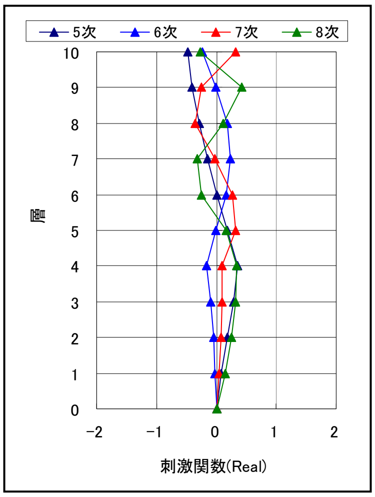
$$\kappa = \left(\frac{T_0}{T_\infty}\right)^2 - 1 = 1.306 \quad \rightarrow h_0 = 0.6\frac{\kappa}{2+\kappa} \approx 0.24$$

h_0 の式に平方根が付かないのは、第三部の(93)式で説明した 1 定点理論を採用しているからです。 これで弾性時の 1 次モードで 0.24 になるように、D.M.の分布に比例させて決定していきます。DM.で特性値を変更したのですから、粘性減衰係数は D.M.に比例させたほうが自然だからです。これらの計算は弾性ですので、比較的簡単に求めていくことができます。

表-例 24　弾性で擬似モード制御した時の Modal i2s2 による複素固有値の特性値

	Teq	T'	Te	heq (Re)	heq (Im)	hcs	$\hat{p}$	$\hat{\mu}$	$\hat{\eta}$
1次	1.677	1.677	1.677	0.233	(0.000)	0.000	1.000	1.000	0.929
2次	0.841	0.841	0.841	0.914	(0.000)	0.000	1.000	1.000	0.067
3次	0.766	0.766	0.766	0.808	(0.000)	0.000	1.000	1.000	0.095
4次	0.686	0.686	0.686	0.713	0.000	0.000	1.000	1.000	0.105
5次	0.676	0.676	0.676	0.333	0.000	0.000	1.000	1.000	0.584
6次	0.396	0.396	0.396	0.158	(0.000)	0.000	1.000	1.000	0.831
7次	0.266	0.266	0.266	0.140	0.000	0.000	1.000	1.000	0.839
8次	0.218	0.218	0.218	0.126	(0.000)	0.000	1.000	1.000	0.839
9次	0.186	0.186	0.186	0.154	(0.000)	0.000	1.000	1.000	0.959
10次	0.159	0.159	0.159	0.189	0.000	0.000	1.000	1.000	0.989
11次	0.136	0.136	0.136	0.226	0.000	0.000	1.000	1.000	0.996
12次	0.096	0.096	0.096	0.078	0.000	0.000	1.000	1.000	0.909
13次	0.066	0.066	0.066	0.083	0.000	0.000	1.000	1.000	0.954
14次	0.055	0.055	0.055	0.093	(0.000)	0.000	1.000	1.000	0.969





(a)　1～4 次の刺激関数（実部）　(b)5～8 次の刺激関数(実部)

図-例 12　弾性時の擬似モード制御した時の刺激関数

表-例 24 は弾性で擬似モード制御した時のプログラム「Modal i2s2」による複素固有値の特性値を示したものです。図-例 12 は表-例 23 に対応する刺激関数で D.M.に減衰を与えた場合のものです。図では 3 次、4 次モードが若干励起されていますが、表-例 23 の $\overline{\eta}$ の値から、その 1 割程度の効果しかないことが分かります。
また、5 次モードは通常の 2 次モードに相当するものですが、$\overline{\eta}$ は 0.584 でその 6 割の効果しかありません。

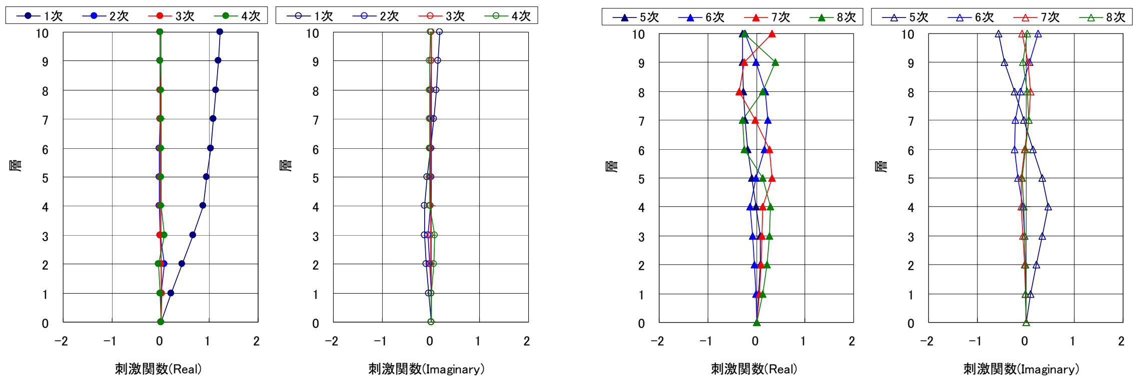
次に弾塑性のパラメータですが、下層の主架構の剛性は 4 割、弾塑性制震部材 6 割として設定しました。すなわち、バイリニア係数は 0.4 ということです。また、目標塑性率は下から 4,4,4, 2 としています。下層の 4 層に限定したのは、塑性化により下層が柔らくなりますので、κ の値が大きくなることと、上層に塑性化を許すとモード制御に乱れが生じるおそれがあるからです。
弾塑性の効果を入れますと複素固有値が少し複雑になりますが、参考のため、表-例 25 は複素固有値の並び替えを載せました。
表-例 26 はこの並び替えによって求められたモデル D の特性値です。図-例 13 には層変位の刺激関数が描かれています。表と一緒にみますと、意味のある刺激関数になっているのは 1 次、6,7,8 次のモードです。つまり 2,3,4 次は消去されるように制御されているということです。ただし、弾塑性の設定により下層部の 2 次～4 次モードが少し励起されているのが分かります。しかし、入力低減率 $\overline{\eta}$ の値が小さく且つ粘性減衰定数 h_{eq} の値は極めて高く 0.6~0.8 であり、累積塑性率にあまり影響しないと考えられます。

表-例 25　固有値の並び替え

Elastic Plas	Real	Imaginary	ABS
1	−0.878	−2.741	2.879
3	−1.656	3.022	3.446
2	−2.764	−0.977	2.932
10	−11.057	1.037	11.106
4	−3.616	−1.578	3.946
9	−9.810	1.607	9.941
5	−4.553	−4.227	6.213
8	−7.962	4.305	9.052
6	−2.932	7.942	8.466
7	−2.552	−8.411	8.790
11	−2.412	15.677	15.861
12	−2.442	−15.743	15.931
13	−3.318	−23.306	23.541
14	−3.342	23.331	23.569
15	−3.592	−28.383	28.609
16	−3.717	28.393	28.635
17	−5.210	−33.257	33.663
18	−5.269	33.272	33.686
19	−7.457	−38.793	39.503
20	−7.489	38.787	39.504
21	−10.408	44.931	46.120
22	−10.396	−44.947	46.134
23	−4.446	−63.073	63.229
24	−5.754	63.146	63.408
25	−6.695	−91.560	91.805
26	−9.070	91.566	92.014
27	−9.303	−110.138	110.530
28	−12.147	110.119	110.787

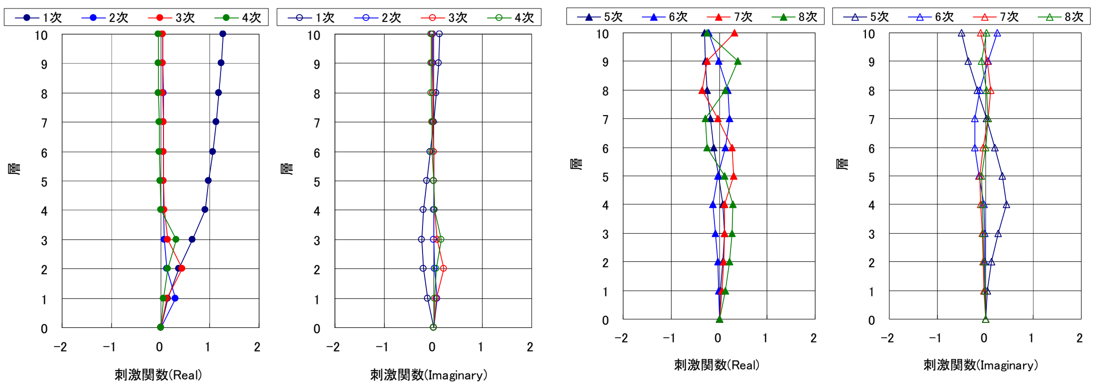
表-例 26　モデル D の Modal i2s2 による複素固有値の特性値

	Teq	T'	Te	heq (Re)	heq (Im)	hcs	p^	μ^	η^
1次	1.995	1.784	1.677	0.338	(0.037)	0.095	0.544	2.751	0.914
2次	1.101	0.941	0.841	0.924	(0.004)	0.123	0.440	3.641	0.101
3次	1.003	0.857	0.766	0.819	(0.002)	0.124	0.438	3.591	0.115
4次	0.838	0.740	0.686	0.683	(0.004)	0.126	0.448	2.546	0.140
5次	0.728	0.691	0.676	0.295	0.025	0.030	0.811	3.276	0.587
6次	0.395	0.396	0.396	0.153	0.002	0.001	1.005	3.442	0.848
7次	0.267	0.266	0.266	0.141	(0.001)	0.000	0.996	4.260	0.820
8次	0.220	0.218	0.218	0.127	(0.000)	0.002	0.982	3.995	0.830
9次	0.187	0.186	0.186	0.155	(0.000)	0.001	0.993	4.097	0.960
10次	0.159	0.159	0.159	0.189	0.000	0.000	0.997	3.684	0.988
11次	0.136	0.136	0.136	0.225	0.000	0.000	0.999	3.249	0.995
12次	0.099	0.097	0.096	0.078	(0.001)	0.010	0.927	3.404	0.899
13次	0.068	0.067	0.066	0.083	(0.000)	0.013	0.915	2.990	0.949
14次	0.057	0.055	0.055	0.094	0.000	0.013	0.909	3.457	0.965



(a)1～4 次の実部　(b)1～4 次の虚部　(c)5～8 次の実部　(b)5～8 次の虚部

図-例 13　モデル D の刺激関数(弾性時)



(a)1～4 次の実部　(b)1～4 次の虚部　(c)5～8 次の実部　(b)5～8 次の虚部

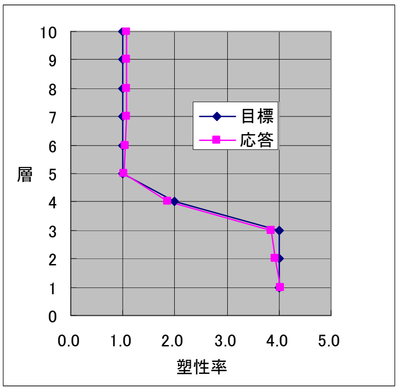
図-例 14　モデル D の刺激関数(等価弾性時)

なお、他の高次モードのバイリニア係数は 5 次で 0.8 以上、その他は 1.0 に近い値であり、弾塑性的挙動は小さいということも分かります。一方、1 次モードの実効周期は 1.78s、粘性減衰定数は 0.34、モーダル塑性率は 2.75、モーダル・バイリニア係数は 0.54 です。弾塑

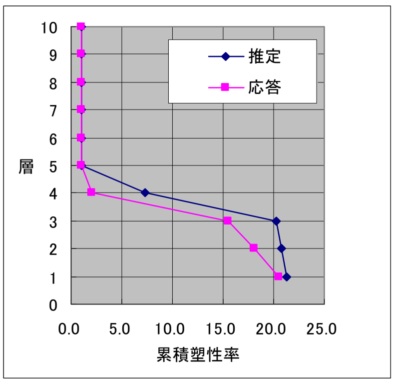
性としての減衰効果は、表の h_{CS} をみると 0.095 となっています。弾性時には $h_{eq}=0.23$ になるように制御されていたのですから、弾塑性の効果を入れると h_{eq} が 0.34 になり、弾塑性としての効果は $h_{CS}=0.095$ ということです。5～8 次はほぼ弾性挙動ですからの h_{CS} はゼロに近い値になっていることからも分かります。
したがって、累積塑性率の推定もモデル B やモデル C と同様に 1 次モードのみ性能図表と入力低減率で推定、他の高次モードは繰り返し数の指標 γ を用いた(22)式により計算しました。表-例 23 の η から 5 次以上の応答が影響しますから、その周期 0.69s の $\gamma=8$ をスペクトルから読んで用いました。

表-例 27　モデル D の応答推定値

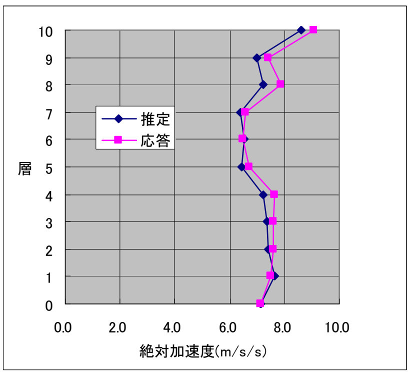
FL	1層間			1層間(直列)			
	絶対加速度	速度	変位	推定累積塑性変形量	変位	弾性限変位	推定累積塑性率
	(cm/s^2)	(cm/s)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	
10	677.91	205.50	85.32	0.00	2.62	－	1.00
9	525.99	188.90	79.71	0.00	3.35	－	1.00
8	492.07	174.65	71.29	0.00	3.78	－	1.00
7	445.84	156.87	62.41	0.00	3.94	－	1.00
6	503.45	153.09	53.48	0.00	4.65	－	1.00
5	531.99	143.41	44.43	0.00	4.38	－	1.00
4	540.17	124.84	35.14	21.36	6.88	3.44	7.21
3	574.88	99.02	26.31	37.73	7.83	1.96	20.25
2	617.06	70.83	17.69	35.98	7.26	1.82	20.77
1	665.38	38.36	8.82	34.17	6.75	1.69	21.22
0	711.32	0.00	0.00	－	－	－	



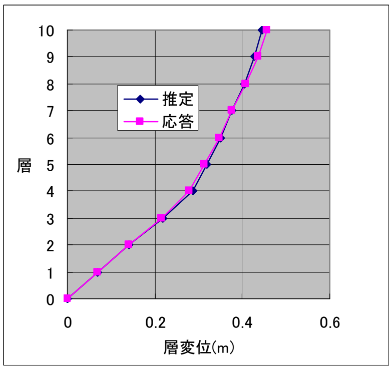
(a)塑性率



(b)累積塑性率



(c)　絶対加速度



(d)　層変位

図-例 15　　モデル D の推定値と時系列応答結果の比較

表-例 28　モデル D の D.M.ダンパーの応答値

FL	1層間（直列部材）					
	D.M.力	最大加速度	減衰力	最大速度	ばねせん断力	最大変形
	(kN)	(m/s2)	(kN)	(m/s)	(kN)	(m)
10	0.0	0.000	0.0	0.000	0.0	0.000
9	0.0	0.000	0.0	0.000	0.0	0.000
8	0.0	0.000	0.0	0.000	0.0	0.000
7	0.0	0.000	0.0	0.000	0.0	0.000
6	0.0	0.000	0.0	0.000	0.0	0.000
5	0.0	0.000	0.0	0.000	0.0	0.000
4	9228.6	1.923	14002.0	0.209	17709.0	0.006
3	12496.0	2.049	16593.0	0.195	22153.0	0.007
2	15186.0	2.025	19283.0	0.184	26396.0	0.009
1	17409.0	1.913	21260.0	0.167	29387.0	0.010

表-例 27 はこうして求めた応答推定値です。
図-例 15 はモデル D の推定値と時刻歴応答値の比較図です。(a)は塑性率、(b)累積塑性率、(c)絶対加速度、(d)層変位です。また、表-例 27 はモデル D の制震装置の応答値です。
モデル C の D.M.ダンパーの値と較べれば、モデル D の値が小さくなっています。ただし、モデル C は下層 2 層、モデル D は下層 4 層に装置を配置していますので、その優劣の判断は難しいところです。

さて、エネルギーの配分ですが、広義有効質量は 11,400t となります。スペクトルから $V_E = 5.36m/s$ と読めます。$\overline{\eta}_1 = 0.91$ ですが、ここではこれを無視して計算を進めます。

$$\frac{1}{2}M_{eq}V_E^{\ 2} \approx 164{,}000kN \cdot m$$

第 1 層から第 4 層で弾塑性及び粘性減衰でエネルギーを吸収していますから、その和でエネルギーの検討をします。主構造の第 4 層から第 1 層までの弾性限変形は 0.0344m、0.0196m、0.0182m、0.0169m で、バイリニア係数は 0.4、推定累積塑性率は第 4 層から 7.2、19.9、20.5、21.1 ですから、累積塑性変形量 D_c は $0.248m,\ 0.390m,\ 0.373m,\ 0.357m$ です。
したがって(付-36)式より

$$\begin{aligned}
&\sum_{n=1}^{4}\frac{1}{2}M\frac{K_n}{M}x_{ed}^2\{1+4(1-p)(\mu_c-1)\} \\
&= \frac{1}{2}600{,}000 \cdot 0.0344(1+2.4 \cdot 0.248) + \frac{1}{2}600{,}000 \cdot 0.0196(1+2.4 \cdot 0.390) \\
&+ \frac{1}{2}600{,}000 \cdot 0.0182(1+2.4 \cdot 0.373) + \frac{1}{2}600{,}000 \cdot 0.0169(1+2.4 \cdot 0.357) \approx 47{,}600kN \cdot m
\end{aligned}$$

したがって D.M.粘性ダンパーのエネルギー負担はその差 116,400kNm です。
なお、累積塑性率約 20 に対して、塑性率は 4.0 ですから、最大塑性率での繰り返し数は 5 回ということになります。

粘性ダンパーは n_h 周繰り返すとすれば、(付-27)式より吸収するエネルギーは、次のように

なります。

まず、第 4 層では $V_{\max}=0.209m/s$, $D_{\max}=0.0688m$ 、第 3 層では $V_{\max}=0.195m/s$, $D_{\max}=0.0783m$ 、第 2 層では $V_{\max}=0.184m/s$, $D_{\max}=0.0726m$ 、第 1 層では $V_{\max}=0.167m/s$, $D_{\max}=0.0675m$ です。粘性減衰係数は第 4 層で $C_4=67{,}000m\cdot s/m$ 、第 3 層で $C_3=85{,}000m\cdot s/m$ 、第 2 層で $C_2=105{,}000m\cdot s/m$ 、第 1 層で $C_1=127{,}000m\cdot s/m$ ですから

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{2}Mn_hE'_h=n_h\sum_{n=1}^{4}M\cdot\pi\cdot\frac{C_n}{M}\cdot V_{\max}\cdot D_{\max}\\
&=n_h\cdot(\pi\cdot 67000\cdot 0.209m/s\cdot 0.0688m+\pi\cdot 85000\cdot 0.195m/s\cdot 0.0783m\\
&+\pi\cdot 105000\cdot 0.184m/s\cdot 0.0726m+\pi\cdot 127000\cdot 0.167m/s\cdot 0.0675m)\approx n_h 16{,}000kN\cdot m
\end{aligned}
$$

これより、 $n_h=116{,}400/16{,}000\approx 8$ 回という値がでます。

いずれにしても、D.M.ダンパーの配置による粘性減衰定数の設定と塑性率の層配置の分布により、累積塑性率の調整は可能であることはお分かりかと思います。

パルス性地震動に対する応答

いうまでもなく将来、襲われる地震動については不可避、不可知ですが、現在までの知見では BCJ-L2 の 2 倍程度の長時間地震動と、直下地震によるパルス性地震動の両者について検討すべきだという方向にあります。

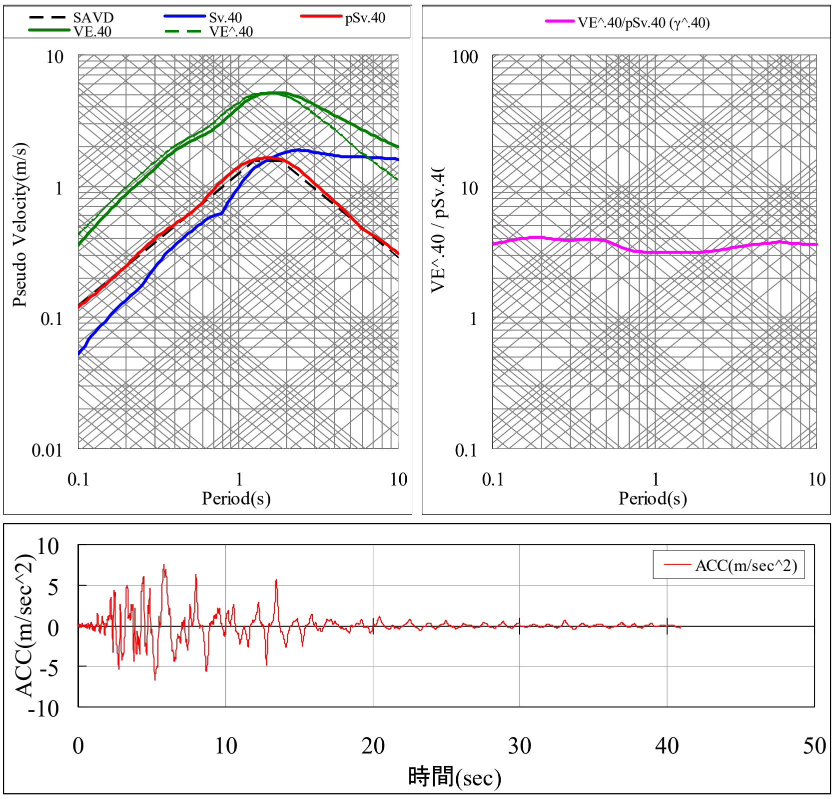
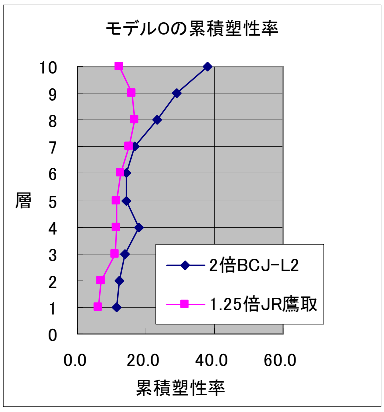
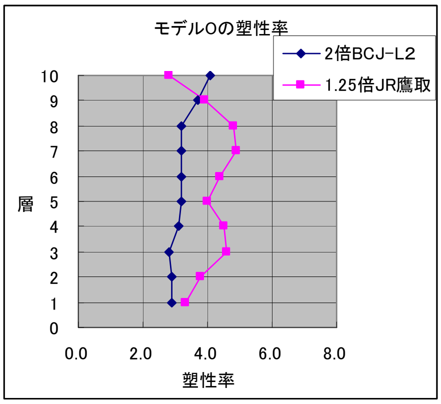


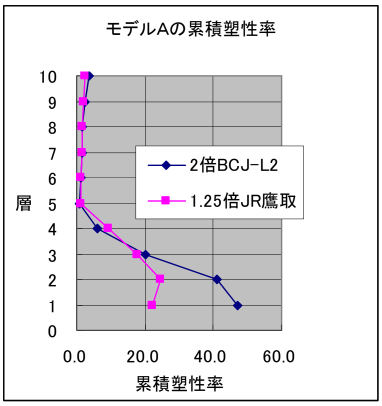
図-例 16　　1995　JR 鷹取 NS の 1.5 倍の $S_{V,40}, S_{V,40}, V_{E,40}$ 及び $\overline{V}_{E,40}$ と $\gamma_{40}=V_{E,40}/{}_pS_{V,40}$ と波形

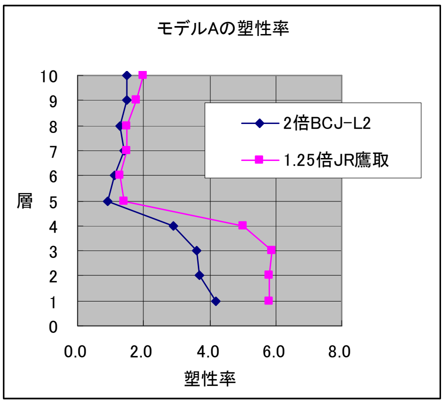
ここでは、先ほど BCJ-L2 の 2 倍に対して設計した構造物モデルが、パルス性地震動の代表として 12 頁の図-18 に示す 1995JR 鷹取 NS に対してどのような挙動を示すのかを検討しておきましょう。ただし、2 倍の BCJ-L2 の入力エネルギーの換算速度は 5m/s 強ですので、これにあわせて、1.25 倍の JR 鷹取とします。

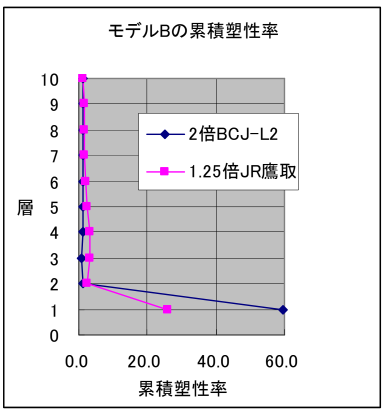
図-例 16 に 1995 JR 鷹取 NS の 1.25 倍の $S_{V,40}$, $S_{V,40}$, $V_{E,40}$ 及び $\overline{V}_{E,40}$ と $\gamma_{40}=V_{E,40}/{}_pS_{V,40}$ と波形を示します。なおピーク・パラメータは $PGA:7.57m/s^2$、 $PGV:1.55m/s$、 $PGD:0.45m$ です。

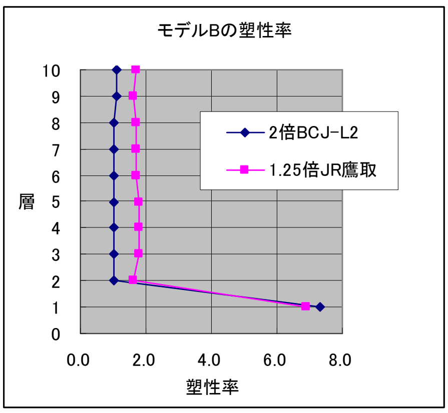


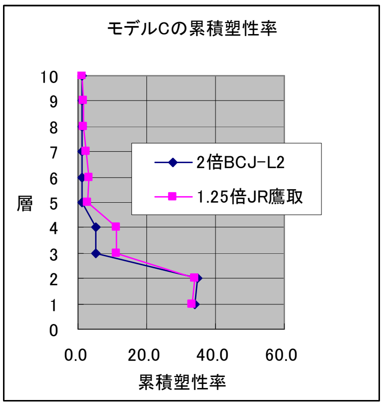


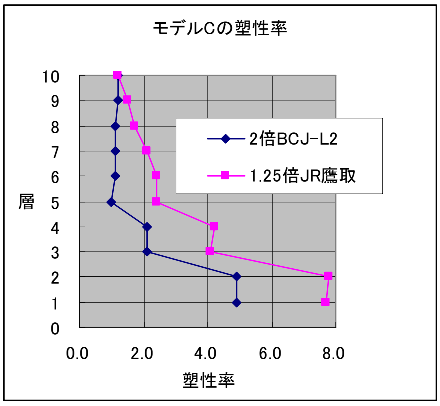


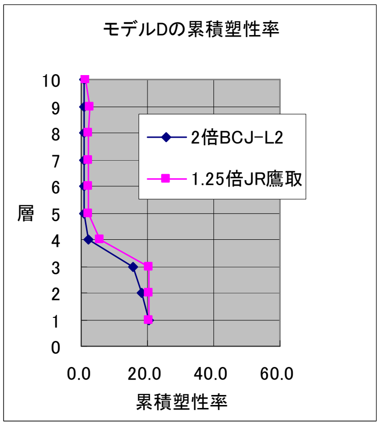


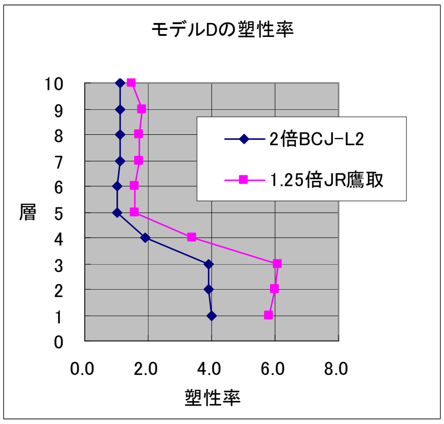


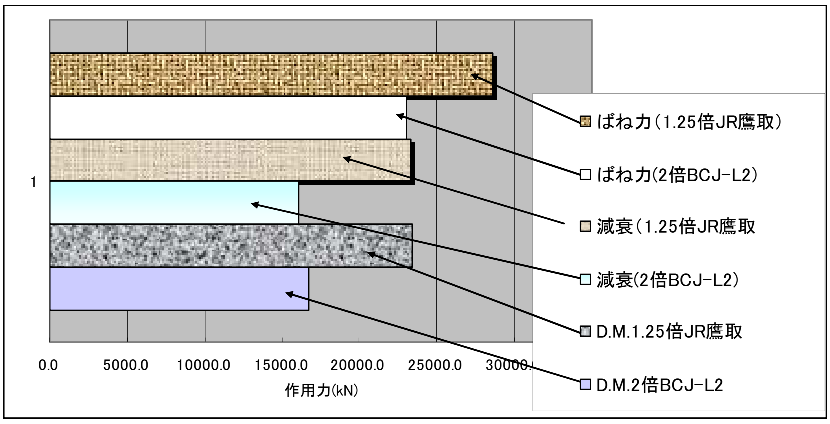



モデルCの累積塑性率
2倍BCJ-L2
1.25倍JR鷹取
層
累積塑性率

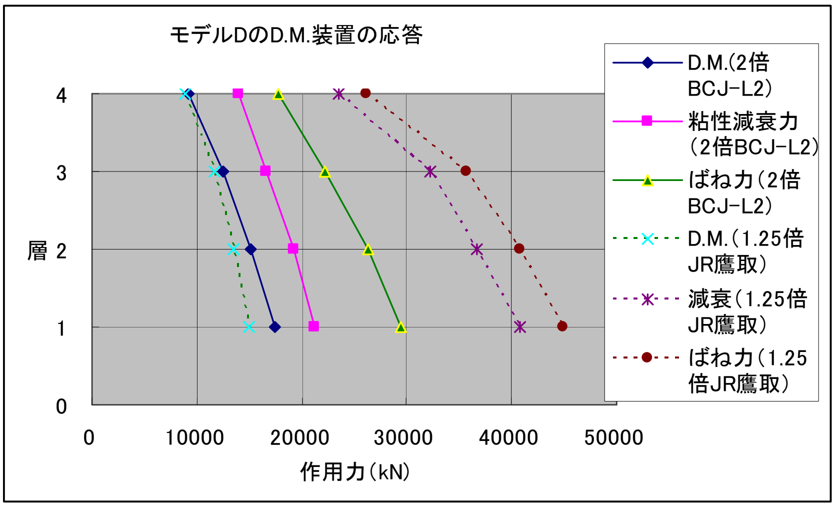

モデルCの塑性率
2倍BCJ-L2
1.25倍JR鷹取
層
塑性率


モデルDの累積塑性率
2倍BCJ-L2
1.25倍JR鷹取
層
累積塑性率


モデルDの塑性率
2倍BCJ-L2
1.25倍JR鷹取
層
塑性率



モデル B の D.M.装置の作用力



参考文献

1) 日本建築学会:建築物荷重指針・同解説、技報堂、1993

2) Building Seismic Safety Council. NEHRP Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings, FEMA-273 and Commentary FEMA-274. Federal Emergency Management Agency, Washington, DC, 1997

3) Gupta B, Kunnath SK. : Adaptive spectra-based pushover procedure for seismic evaluation of structures. Earthquake Spectra 2000; **16**(2):367-392
4) Chopra AK, Goel RK. : A modal pushover analysis procedure for estimating seismic demands for buildings. Earthquake Engineering and Structural Dynamics 2002; **31**: pp.561-582.
5) 秋山宏：「建築物の耐震極限設計」、東京大学出版会、1980.09
6) 北村春幸：性能設計のための建築振動解析入門、彰国社、2002.9.
7) 和田　章、岩田　衛、清水敬三、安部重孝、川合廣樹：建築物の損傷制御設計、丸善、1998.
8) 石丸辰治：応答性能に基づく対震設計入門、彰国社、2004.3.
9) 石丸辰治：対震設計の方法、建築技術、2008.7.
10) 秦一平、石丸辰治、長谷川純：非線形粘性ダンパーを併用した系の応答性能設計手法、日本建築学会構造系論文集、617 号、pp.47-54、2007.7.
11) 古橋　剛、石丸辰治：慣性接続要素によるモード分離、日本建築学会構造系論文集、576 号、pp.55-62、2004.2
12) 石丸辰治、秦　一平、古橋　剛：擬似モードによる D.M.同調システムの簡易設計法、日本建築学会構造系論文集、第 76 巻、第 661 号、509-517、2011.3.
13) 秋山　宏：地震動の不可知性に対処した建築物の耐震設計、日本建築学会構造系論文集、第 74 巻、第 643 号、1685-1690、2009.9.

付録　性能図表について

最初に 1 質点（Single Degree Of Freedom:　SDOF）系を対象に、弾塑性履歴減衰と粘性減衰の応答特性について考えていきましょう。非線形の解析が必要になりますので、ここでは多くの時刻歴応答解析結果を利用して統計的に整理していく方法を採用しましょう[1~4]。

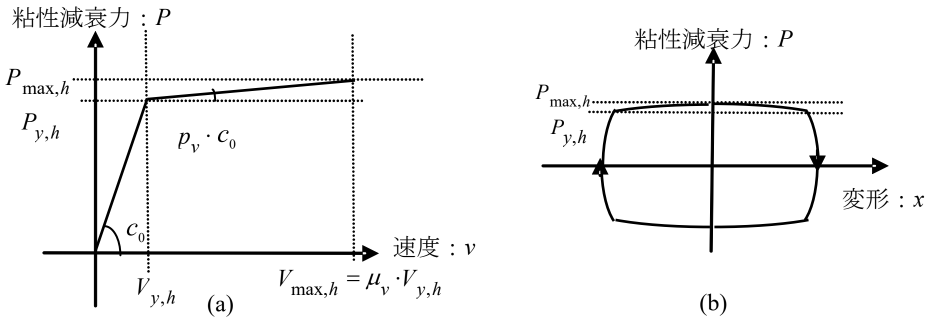


図-例 1　バイリニア型の粘性減衰

表−例 1　非線形バイリニア型の復元力と減衰力のパラメータ

ductility factor μ_d	10types	1, 3, 5, 7.5, 10, 15, 20, 30, 50,100
bilinear factor p_d	5types	0.05, 0.1, 0.2, 0.4, 0.5
viscous damping ratio h_o	6types	0.02, 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4
relief velocity ratio μ_V	7types	1, 2, 3, 4, 5,7.5, 10
bilinear viscous coefficient ratio p_V	5types	0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 1

表−例 2 採用地震動の一覧

Earthquake	Date	Numbers computed here
Imperial Valley	1940/5/18	2
Kern Country	1952/7/21	2
Tokachi-Oki	1968/5/16	2
San Fernando	1971/2/09	61
Miyagiken-Oki	1978/6/12	9
Imperial Valley	1979/10/15	8
Mexico	1985/9/19	18
Loma prieta	1989/10/17	12
Northridge	1994/1/17	36
Hyogo-Ken Nannbu	1995/1/17	12
Tohoku-Chiho Taiheiyo-Oki	2011/3/11	20
Niigata-Ken Chubu	2004/10/23	4
Σ		186

解析の対象とした振動方程式は(1)式に示しました。

$$m x + H(x) + Q(x) = -m g_x \tag{1}$$

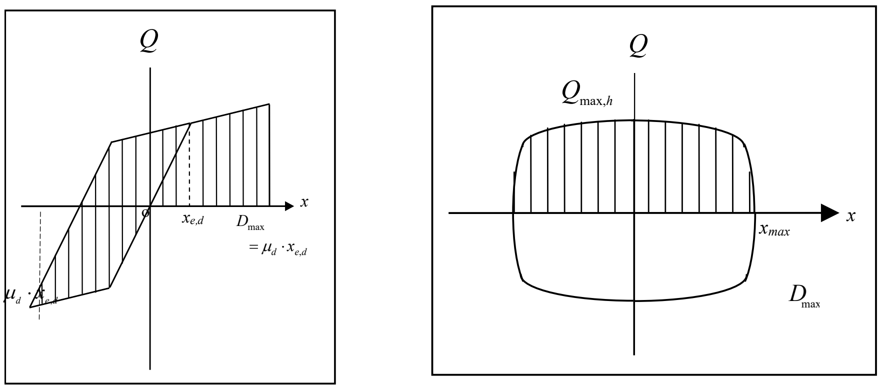
$H(x)$はバイリニア型の粘性減衰力[5]で図−例 1 に示しますように、初期減衰係数をc_0、リリーフ速度$V_{y,h}$後のバイリニア減衰係数比をp_V、リリーフ速度$V_{y,h}$に対する応答速度倍率をμ_Vと記しました。なお、c_0に対応する減衰定数をh_oと表すことにします。復元力の塑性率をμ_d、バイリニア係数を

p_d とします。解析に利用したバイリニア型の復元力と粘性減衰力のパラメータは表-例 1 に示してあります。
採用した地震動は表−例 2 に載せてあります。
非線形応答解析の目的は、固定されているパラメータ p_d, h_o, p_V を有する復元力及び減衰力が、目標の塑性率 μ_d と目標のリリーフ速度応答倍率 μ_V を満足する、弾性限変形 x_{ed} とリリーフ速度 $V_{y,h}$ を求めることです。勿論、繰り返し計算により、 x_{ed} と $V_{y,h}$ の値を少しずつ変化させながら収束計算を行うということになります。誤差の許容範囲は 3%以内です。
表-例 1 のパラメータの組み合わせ数は 10500 で、対象地震動は 186 記録、対象とする系の固有周期も 0.1 秒から 10.0 秒までの 60 点としていますので、気の遠くなるような組み合わせになりますが、現代のコンピュータの威力はこれらの計算を簡単にやってのけます。

I ） 最大応答変形の推定式について

問題はこの解析結果をどのように整理するかですが、従来の研究ではスペクトル（応答スペクトル、パワースペクトル）などにピーク・ファクターを乗じた形で最大応答値を抽出するための定式化することを中心に研究されています[6~10)]。その際に、ランダム振動理論を介して、ピーク・ファクターの定式化を試みていますが、本研究では、統計的処理により、設計対象の地震動が設定されれば、その応答が性能図表によりただちに推定できるようにすることを目的としています。そのため、従来法とは異なり、エネルギーを求め、その換算速度でスペクトルを構成します。それはエネルギーを求めることで、一種の平滑化スペクトルを構成するためで、これにより $h_0 = 0.4$ という大きな粘性減衰定数に対する弾性スペクトルとの比較が精度良くできるからです。

そこで初めに、最大塑性率 μ_d と最大リリーフ速度を対象に図−例 2 のように非線形系の応答エネルギーを定義しています。これは、いろいろ試行錯誤を繰り返しながら構成していったモデルで、影を施した面積、つまりエネルギーがどのように変化するかに注目して整理しています。



(a). Model of modified strain energy (b). Model of modified viscosity energy
図-例 2　修正エネルギーの定義

まず、塑性率 μ_d を満足する弾性限変形 x_{ed} が判明すると、(a)図の影の部分の面積、修正変形エネルギー $E_{Bi,d}$ は次のようになります。

$$E_{Bi,d} = \frac{1}{2} k x_{e,d}^2 \left\{ 6(\mu_d - 1)(1 - p_d) + p_d\left(\mu_d{}^2 - 1\right) + 1 \right\} \tag{2}$$

一方、(b)図の面積、修正粘性減衰エネルギー $E_{Bi,h}$ は次のようになります[5)]。

$$E_{Bi,h} = \frac{1}{2}\pi c_0 V_{\max} D_{\max}\left[1 + \frac{2(1-p_V)}{\pi}\left\{\frac{\sqrt{\mu_V^2 - 1}}{\mu_V^2} - \cos^{-1}\left(\frac{1}{\mu_V}\right)\right\}\right] \tag{3}$$

次にこれらの両者の和を運動エネルギーに変換して、等価な速度を求めるものとします。

$$\frac{1}{2} m S_{Bi}^2(T_E) = E_{Bi,d} + E_{Bi,h} \tag{4}$$

今、次のような表記を行うとします。

$$\omega_E^2 = \frac{k}{m},\ 2h_o\omega_E = \frac{c_0}{m},\ T_E = \frac{2\pi}{\omega_E},\ \ \omega' = \frac{2\pi}{T'},\ V_{\max} \approx \omega' \cdot D_{\max} \tag{5}$$

ω_E は SDOF 系の固有円振動数であり、T' は非線形の応答の影響を含めた実効周期ですが、あとで説明いたします。ω' は $V_{\max}$ と $D_{\max}$ に(5)式のような線形性が成立すると仮定したときの実効円振動数を意味しています。非線形系の応答ですから、当然 ω_E と ω' は一致しません。

さて、(2)式から(5)式を整理すれば次式が得られます。

$$\left.\begin{aligned} S_{Bi}{}^2(T_E) &= \omega_E^2 x_{e,d}{}^2\left\{6(\mu_d - 1)(1-p_d) + p_d\left(\mu_d{}^2 - 1\right) + 1\right\} + \pi\, 2h_0\omega_E\omega' D_{\max}{}^2\left[1 + \frac{2(1-p_V)}{\pi}\left\{\frac{\sqrt{\mu_V{}^2 - 1}}{\mu_V{}^2} - \cos^{-1}\left(\frac{1}{\mu_V}\right)\right\}\right] \\ &= \omega_E^2 x_{e,d}{}^2\left[\left\{6(\mu_d - 1)(1-p_d) + p_d\left(\mu_d{}^2 - 1\right) + 1\right\} + \pi\, 2h_{eq}\frac{\omega'}{\omega_E}\mu_d^2\right] \\ h_{eq} &= h_0\left[1 + \frac{2(1-p_V)}{\pi}\left\{\frac{\sqrt{\mu_V{}^2 - 1}}{\mu_V{}^2} - \cos^{-1}\left(\frac{1}{\mu_V}\right)\right\}\right] \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

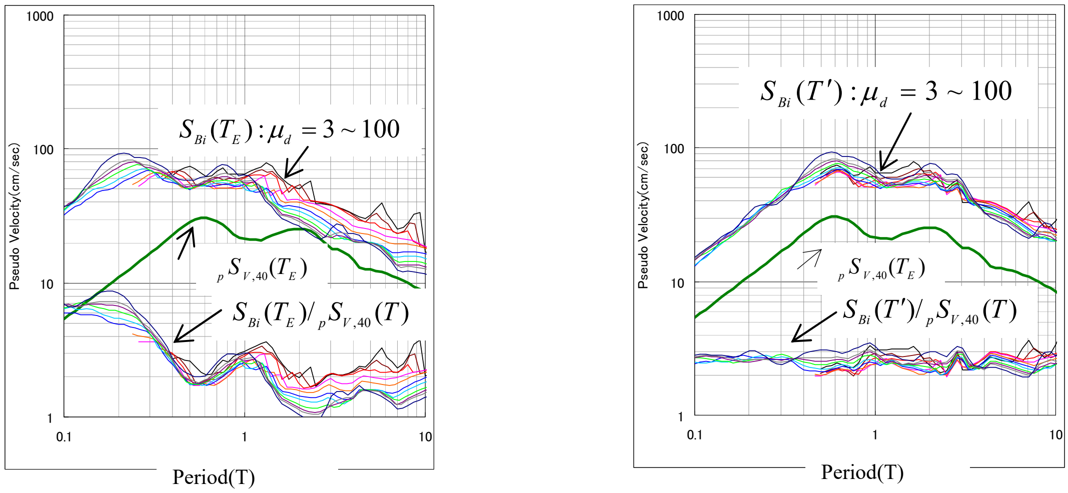
ω' 或はその周期 T' はこれも試行錯誤の結果、次式のように定義しています。

$$\left.\begin{aligned} T' &= T_E\left[1 + \sqrt{\frac{\mu_d}{1 + p_d(\mu_d - 1)}} - \sqrt{\frac{2}{1+p_d}}\right] & \mu_d \ge 3 \\ T' &= T_E\left[0.155\left\{\frac{\mu_d}{1 + p_d(\mu_d - 1)}\right\} + 0.845\right] & \mu_d \le 3 \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

具体的な事例として Imperial Valley の 1940 El Centro(N-S)を対象に計算した結果を図-例 3 に示します。図には(6)式で定義した S_{Bi} と減衰 40%の擬似速度スペクトル ${}_pS_{V,40}$ が描かれています。(a)はいずれも弾性の周期 T_E に対してプロットしたもの、(b)は ${}_pS_{V,40}$ をそのままにして、S_{Bi} を(7)式で定義した実効周期に対してプロットしたものです。

対象とした系は $p_V = 1.0$, $\mu_V = 1.0$, $p_d = 0.1$ で目標塑性率 μ_d は 3~100 までの結果が一緒に描か

れています。(a)図には$S_{Bi}(T_E)/{}_pS_{V,40}(T)$の値、(b)図には$S_{Bi}(T')/{}_pS_{V,40}(T)$の値も載せてあります。(b)図ではこの値が周期に対してほぼ一定になっていることが分かります。逆に言いますと、$S_{Bi}(T')/{}_pS_{V,40}(T)$の値が周期に対して一定になるように、$T'$の式や、修正変形エネルギーの式を改良してきたということです。



(a) Relation of $S_{Bi}(T_E)$ and ${}_pS_{V,40}(T_E)$　　(b)Relation of $S_{Bi}(T')$ and ${}_pS_{V,40}(T_E)$

図-例 3　スペクトル ${}_pS_{V,40}$ と S_{Bi} との関係（1940 El Centro(N-S)）

$\mu_d=3, 4, 5, 7.5, 10, 15, 20, 30, 40, 50, 100$ for $p_V=1.0$, $\mu_V=1.0$ and $p_d=0.1$

この発見により次の応答特性が明確になったわけです。

すなわち、$S_{Bi}(T')$は塑性率が大きいほど、長周期にシフトした形でプロットされます。このことは、地震動の卓越周期よりも短い周期の系は塑性化にともなって周期が伸び、エネルギーレベルの高い周期帯の影響を受け、結果として履歴エネルギーは大きくなります。これに対して、卓越周期よりも長い周期の系は、塑性化するとエネルギーレベルの低い周期帯にシフトしていくので、$S_{Bi}(T')$は小さくなるわけです。

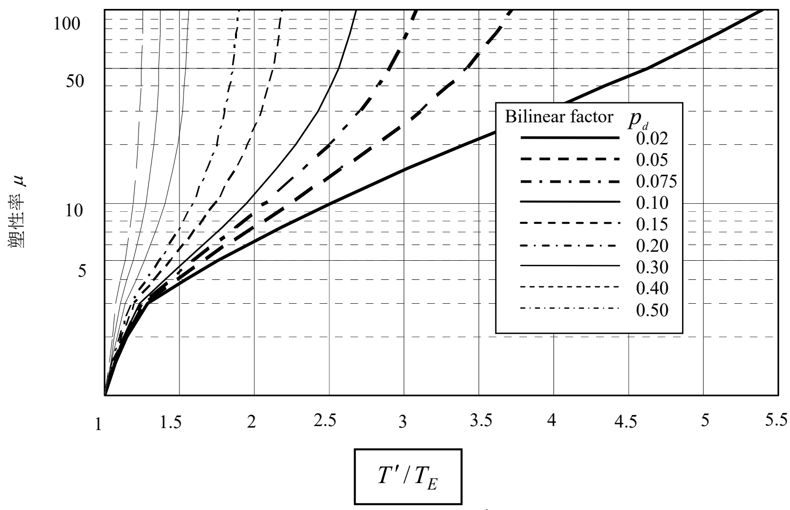
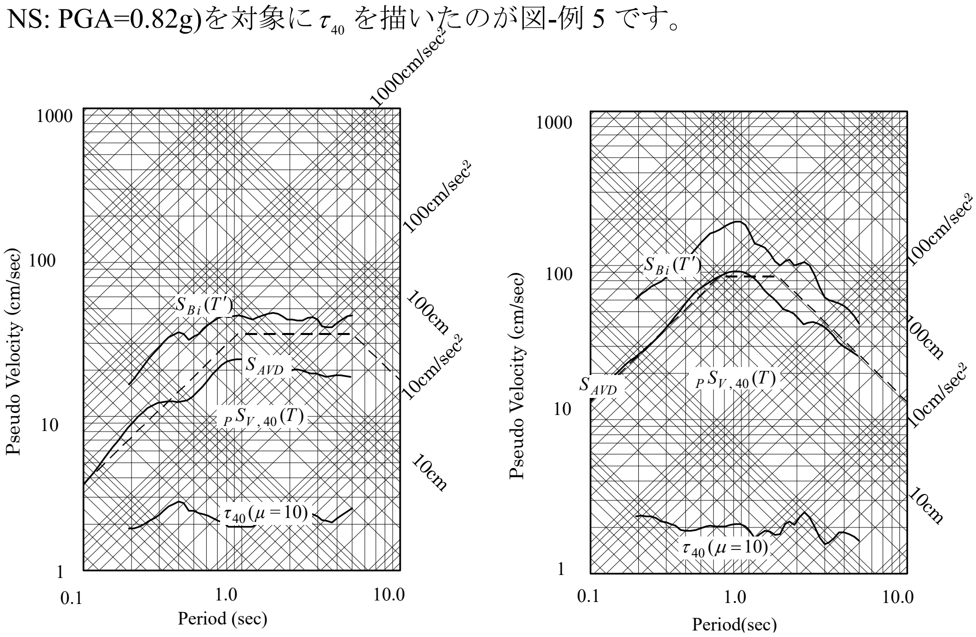


図-例 4 Relationships between T' and T_E

入力されるエネルギーは秋山[6]の主張するような一定ではなく、塑性化の大きさや地震動特性によって変動するのです。そして周期の伸び率に応じてスペクトルをシフトすると、ほぼ同一の形状となり、${}_pS_{V,40}$ のスペクトルと相似になるという特性があるのです。したがって、その商 $\tau_{40} = S_{Bi}(T')/{}_pS_{V,40}(T)$ は一定となり、実験式として同定されれば、τ_{40} と ${}_pS_{V,40}$ との積から弾塑性の履歴エネルギーの（瞬間的）最大値が予測できることになります。
図-例 4 は(7)式をグラフ化したものですが、塑性率 μ_d とバイリニア係数 p_d による実効周期の伸び率の違いが理解できると思います。

さて、問題は $\tau_{40} = S_{Bi}/{}_pS_{V,40}$ の特性ですが、地震動のスペクトル特性が異なっても成立するのでしょうか？ここでは 1968Tokachi-oki(Hachinohe NS: PGA=0.23g)と 1995Hanshin-Awaji(JMA Kobe NS: PGA=0.82g)を対象に τ_{40} を描いたのが図-例 5 です。



(a)　1968Tokachi-Oki　Earthquake
HACHINOHE(N-S)

(b)　1995　Hiyougo-ken Nanbu Earthquake
JMA Kobe(N-S)

図-例 5　他の地震動に対するスペクトル ${}_pS_{V,40}$ と S_{Bi} との関係(h_0 =0.02, p_d =0.1, μ_d =10)

対象とした系のパラメータは $h_0 = 0.02$，$p_V = 1.0$，$p_d = 0.1$ 、$h_0 = 0.02$，$p_V = 1.0$，$p_d = 0.1$ で塑性率 μ_d は 10 です。τ_{40} の値はばらつきがありますが、ほぼ同一の値であるといっても良いでしょう。これより次式が成立します。

$$\tau_{40}\left(h_0 = 0.02, \mu_V = 1, p_V = 1, \mu_d = 10, p_d = 0.1\right) = \frac{S_{Bi}\left(T_E\right)}{{}_pS_{V,40}\left(T'\right)} \fallingdotseq \text{constant} \tag{8}$$

図-例 6 は表-例 2 に示す地震動に対して $h_0 = 0.02$, $p_V = 1.0$, $p_d = 0.1$, $\mu_d = 10$ の系のみを取り出した 9300 データについて整理したものです。その平均値は 2.18、標準偏差 0.230 の安定したガウス分布になっています。したがって(8)式は地震動の特性が異なっても成立する特性であることが分かります。

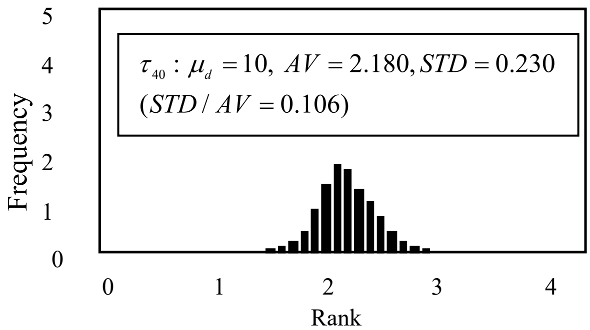


図-例 6　τ_{40} の分布図

$h_0=0.02$, $p_V=1.0$, $p_d=0.1$, $\mu_d=10$ の系 9300 データの結果

そこで、τ_{40} の実験式を最小自乗法で特定してやれば良いことになります。

試行のための実験式を次のように仮定します。

$$
\left.
\begin{aligned}
&\tau_{40}\left(h_0\,,\,\mu_V\,,\,p_V\,,\,\mu_d\,,\,p_d\right)\\
&=\sqrt{1-h_{eq}^2}\left\{\left({}_1A+{}_2Ap_d+\frac{{}_3A}{p_d}\right)Log\left(\mu_d+1.1\right)+\left({}_1B+{}_2Bp_d+\frac{{}_3B}{p_d}\right)Log\left(\mu_d-0.9\right)+\left({}_1C+{}_2Cp_d+\frac{{}_3C}{p_d}\right)\right\}\\
&{}_1A={}_1A_1\sqrt{\mu_V}+{}_1A_2\ \ ,\ {}_2A={}_2A_1\sqrt{\mu_V}+{}_2A_2\ ,\ {}_3A={}_3A_1\sqrt{\mu_V}+{}_3A_2\\
&{}_1B={}_1B_1\sqrt{\mu_V}+{}_1B_2\ \ ,\ {}_2B={}_2B_1\sqrt{\mu_V}+{}_2B_2\ ,\ {}_3B={}_3B_1\sqrt{\mu_V}+{}_3B_2\\
&{}_1C={}_1C_1\sqrt{\mu_V}+{}_1C_2\ ,\ {}_2C={}_2C_1\sqrt{\mu_V}+{}_2C_2\ ,\ {}_3C={}_3C_1\sqrt{\mu_V}+{}_3A_2
\end{aligned}
\right\}\quad(9)
$$

これ等の係数は最小自乗法により次のように同定されています。

$$
\left.
\begin{aligned}
&\mathbf{a}_2=\begin{Bmatrix}{}_1A_1\\{}_1A_2\\{}_2A_1\\{}_2A_2\\{}_3A_1\\{}_3A_2\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}
p_V\left(\ 0.242066h_0-0.836970\right)+\left(-0.605566h_0+0.666079\right)\\
p_V\left(\ 0.170548h_0+0.651643\right)+\left(-1.836487h_0+2.048572\right)\\
p_V\left(\ 4.479762h_0-1.158527\right)+\left(-1.528442h_0+0.118967\right)\\
p_V\left(-9.918920h_0+2.774997\right)+\left(\ 5.464236h_0-4.306797\right)\\
p_V\left(-0.003477h_0+0.063501\right)+\left(\ 0.057824h_0-0.045114\right)\\
p_V\left(-0.053909h_0-0.023788\right)+\left(-0.058571h_0-0.003908\right)
\end{Bmatrix}\\
&\mathbf{b}_2=\begin{Bmatrix}{}_1B_1\\{}_1B_2\\{}_2B_1\\{}_2B_2\\{}_3B_1\\{}_3B_2\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}
p_V\left(-0.045870h_0+0.697671\right)+\left(\ 0.393643h_0-0.533141\right)\\
p_V\left(-0.279858h_0-0.449351\right)+\left(\ 1.567684h_0-1.954399\right)\\
p_V\left(-3.411713h_0+0.660652\right)+\left(\ 1.059239h_0+0.062363\right)\\
p_V\left(\ 7.914233h_0-2.056009\right)+\left(-4.492824h_0+3.886617\right)\\
p_V\left(\ 0.009721h_0-0.054485\right)+\left(-0.052045h_0+0.037760\right)\\
p_V\left(\ 0.036528h_0+0.021835\right)+\left(\ 0.067309h_0-0.016995\right)
\end{Bmatrix}\\
&\mathbf{c}_2=\begin{Bmatrix}{}_1C_1\\{}_1C_2\\{}_2C_1\\{}_2C_2\\{}_3C_1\\{}_3C_2\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}
p_V\left(-0.756279h_0+0.289757\right)+\left(\ 0.675693h_0-0.211537\right)\\
p_V\left(\ 0.580153h_0-0.277795\right)+\left(-0.880838h_0+1.764610\right)\\
p_V\left(-0.741759h_0+0.262657\right)+\left(\ 0.074561h_0+0.024577\right)\\
p_V\left(\ 2.799527h_0-0.644056\right)+\left(-1.218149h_0+0.797738\right)\\
p_V\left(-0.018576h_0-0.018782\right)+\left(-0.005298h_0+0.014341\right)\\
p_V\left(\ 0.044328h_0+0.002717\right)+\left(-0.033821h_0+0.031658\right)
\end{Bmatrix}
\end{aligned}
\right\}\quad(10)
$$

具体的な方法を説明しましょう。まず、(10)式の各係数を次のように纏めます。

$$\left.\mathbf{D}_1=\begin{bmatrix}\Delta_1,\Gamma_1,\mathrm{H}_1\\ \bullet\ ,\bullet,\bullet\\ \bullet\ ,\bullet,\bullet\\ \bullet\ ,\bullet,\bullet\\ \bullet\ ,\bullet,\bullet\\ \bullet\ ,\bullet,\bullet\end{bmatrix},\ \mathbf{a}_1{}^T=\left[{}_1A,\ {}_2A,\ {}_3A\right],\ \mathbf{b}_1{}^T=\left[{}_1B^T,\ {}_2B^T,\ {}_3B^T\right],\mathbf{c}_1{}^T=\left[{}_1C,\ {}_2C,\ {}_3C\right]\right\}\quad(11)$$

ここに

$$\left.\begin{aligned}\Delta_1&=\sqrt{1-h_{eq}^2}\,Log(\mu_d+1.1)\left[\ 1,\ p_d,\left(\frac{1}{p_d}\right)\ \right]\\ \Gamma_1&=\sqrt{1-h_{eq}^2}\,Log(\mu_d-0.9)\left[\ 1,\ p_d,\left(\frac{1}{p_d}\right)\ \right]\\ \mathrm{H}_3&=\sqrt{1-h_{eq}^2}\left[\ 1,\ p_d,\left(\frac{1}{p_d}\right)\ \right]\end{aligned}\right\}\quad(12)$$

そうすると(9)式の両辺の差は誤差として次のように表せます。

$$\mathbf{D}_1\begin{Bmatrix}\mathbf{a}_1\\ \mathbf{b}_1\\ \mathbf{c}_1\end{Bmatrix}-\{\tau_{40}\}=\{\boldsymbol{\varepsilon}_1\}\quad(13)$$

τ_{40} は非線形応答解析で得られた値そのものです。

これより、(13)式の誤差の自乗を最小にするように係数ベクトル $\mathbf{a}_1,\mathbf{b}_1,\mathbf{c}_1$ を決めれば良いわけです。ところが(9)式にありますように、各係数ベクトルは $\sqrt{\mu_V}$ の関数にもなっていますので、例えば $\mathbf{a}_1$ を確定したのちに、これを実験データとして

$$\left.\begin{aligned}&\mathbf{D}_2=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Delta}_{2,},\ \mathbf{O}_1,\ \mathbf{O}_1\\ \mathbf{O}_1\ ,\ \boldsymbol{\Delta}_{2,},\mathbf{O}_1\\ \mathbf{O}_1\ ,\ \mathbf{O}_1,\ \boldsymbol{\Delta}_{2,}\end{bmatrix}\ ,\ \boldsymbol{\Delta}_{2,}=\left[\ \sqrt{\mu_V},\ \ 1\ \right],\ \mathbf{O}_1=[0\ \ ,\ \ 0]\\ &\mathbf{a}_2^T=\left[{}_1A_{1,\ 1}A_2,\ {}_2A_1,\ {}_2A_2,\ {}_3A_1,\ {}_3A_2\right]\end{aligned}\right\}\quad(14)$$

とすれば、$\mathbf{a}_2$ の誤差 $\boldsymbol{\varepsilon}_2$ は次のように表せます。

$$\mathbf{D}_2\,\mathbf{a}_2-\mathbf{a}_1=\boldsymbol{\varepsilon}_2\quad(15)$$

上式を例として最小自乗法の構成方法について説明しておきましょう。まず、誤差の自乗を構成すると次のようになります。

$$\begin{aligned}&\{\mathbf{D}_2\mathbf{a}_2-\mathbf{a}_1\}^T\{\mathbf{D}_2\mathbf{a}_2-\mathbf{a}_1\}=\boldsymbol{\varepsilon}_2^T\boldsymbol{\varepsilon}_2\\ &\to\mathbf{a}_2^T\mathbf{D}_2^T\mathbf{D}_2\mathbf{a}_2-2\mathbf{a}_2^T\mathbf{D}_2^T\mathbf{a}_1+\mathbf{a}_1^T\mathbf{a}_1=\boldsymbol{\varepsilon}_2^T\boldsymbol{\varepsilon}_2\end{aligned}$$

これを $\mathbf{a}_2$ で微分してゼロとおけば、誤差の自乗値を最小にする $\mathbf{a}_2$ が求まります。

$$2\mathbf{D}_2^T\mathbf{D}_2\mathbf{a}_2-2\mathbf{D}_2^T\mathbf{a}_1=\mathbf{0}\to\mathbf{a}_2=\left[\mathbf{D}_2^T\mathbf{D}_2\right]^{-1}\mathbf{D}_2^T\mathbf{a}_1\quad(16)$$

これと全く同一のことを(13)式に対して行えば、次式が得られます。

$$\begin{Bmatrix}\mathbf{a}_1\\ \mathbf{b}_1\\ \mathbf{c}_1\end{Bmatrix} = \left[\mathbf{D}_1{}^T\cdot\mathbf{D}_1\right]^{-1}\mathbf{D}_1{}^T\{\tau_{40}\} \tag{17}$$

したがって、(17)式により、係数ベクトル $\mathbf{a}_1,\mathbf{b}_1,\mathbf{c}_1$ を決め、次に(16)式により $\mathbf{a}_2$ を同定していくのです。最終結果が(10)式ということです。これは実験式ですので、単純に利用すればよいのですが、後ほど「性能図表」として整理してありますので活用してください。

さて重要なのは設計の資料としてどのように整理するのかということです。
いずれにしても実験式を介して弾塑性のエネルギー式は次のように書けるということです。

$$S_{Bi}(T_E) \approx \tau_{40}\left(h_0,\mu_V,p_{V,}\mu_d,p_d\right)\cdot {}_pS_{V,40}(T') \tag{18}$$

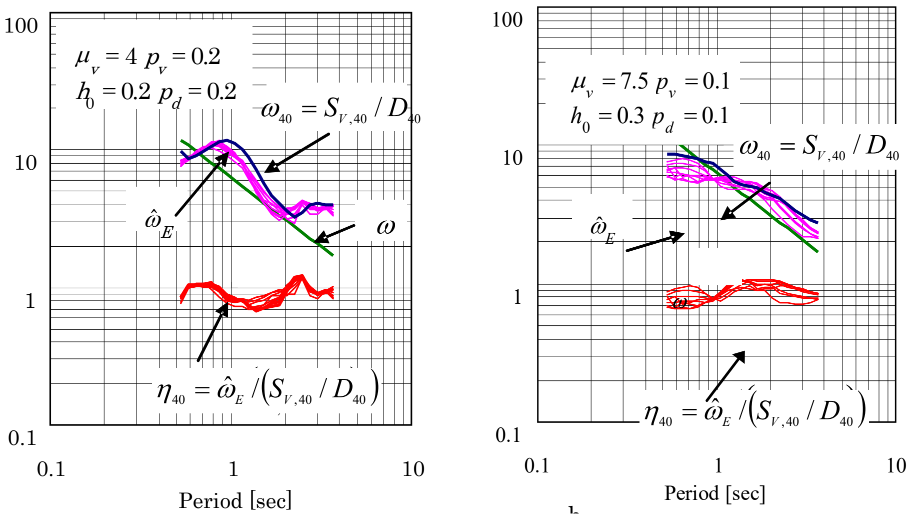
そこで上式を ${}_pS_{V,40}(T')$ で除して(6)式の関係を代入すれば次式を得ます。

$$\begin{aligned}\therefore\quad &\frac{\omega_E\cdot x_{e,d}}{{}_pS_{V,40}(T')} = \left(\frac{\omega_E}{\omega'}\right)\frac{\mu_d x_{e,d}}{\mu_d\,{}_pS_{V,40}(T')/\omega'}\\ &=\left(\frac{\omega_E}{\omega'}\right)\frac{D_{\max}}{\mu_d D_{40}} \approx \frac{\tau_{40}\left(h_0,\mu_V,p_{V,}\mu_d,p_d\right)}{\sqrt{\left\{6(\mu_d-1)(1-p_d)+p_d\left(\mu_d{}^2-1\right)+1\right\}+\pi\,2h_{eq}\dfrac{\omega'}{\omega_E}\mu_d^2}}\end{aligned} \tag{19}$$

これで弾性スペクトル値 $D_{40}={}_pS_{V,40}(T')/\omega'$ に対しての最大応答変形 $D_{\max}$ の比が、設定塑性率 μ_d 、バイリニア係数 p_d 、粘性減衰定数 h_0 、速度リリーフ率 μ_V 、粘性減衰のバイリニア係数 p_V の関数として推定できるということになります。

Ⅱ）最大速度応答 $V_{\max}$ の推定

対象とする系は非線形ですので、最大速度応答 $V_{\max}$ は実効円振動数 ω' を用いて、 $\omega'\cdot D_{\max}$ としても一致しません。



(a)　1940 El Centro (N-S)　　　(b) 1995 Takarazuka (N-S)

図-例 7　$\hat{\omega}_E=(V_{\max}/D_{\max})$ と $\omega_{40}=(S_{V,40}/D_{40})$ の関係

長周期の系で大きな粘性減衰定数を持つ場合に特に差が大きくなる傾向があります。そうしたことから、新しい等価円振動数 $\hat{\omega}_E$ と ω_{40} を次のように定義し、その傾向を見てみましょう。そのため次式のように η_{40} を定義します。

$$\frac{\left(\dfrac{V_{\max}}{D_{\max}}\right)}{\left(\dfrac{S_{V,40}(T_E)}{\left({}_pS_{V,40}(T_E)/\omega_E\right)}\right)}=\frac{\left(\dfrac{V_{\max}}{D_{\max}}\right)}{\left(\dfrac{S_{V,40}}{D_{40}}\right)}=\frac{\hat{\omega}_E}{\omega_{40}}=\eta_{40} \tag{20}$$

ここで $S_{V,40}$ は弾性 1 質点系の粘性減衰定数 40%のときの速度応答スペクトルです。

図-例 7 は 1940 El Centro (N-S)と 1995 兵庫県南部地震の Takarazuka (N-S)の記録に対する解析結果です。

図から(20)式のように定義した η_{40} はばらつきがありますが、ほぼ周期に対して一定という傾向が読み取れます。これは他の地震動にもほぼ同様で、工学的には次式が成立します。

$$\eta_{40}(h_0,\mu_V,p_V,\mu_d,p_d)=\frac{\hat{\omega}_E}{\omega_{40}}\approx constat \tag{21}$$

これも同様に実験式を仮定し、最小自乗法で同定することにします。

$$\left.\begin{array}{l}
\eta_{40}(h_0,\mu_V,p_V,\mu_d,p_d)=\dfrac{1}{\mu_d}\left({}_1R\cdot p_d+{}_2R\right)+\left({}_1S\cdot p_d+{}_2S\right)\\[2ex]
{}_1R={}_1R_1\mu_V^2+{}_1R_2\mu_V+{}_1R_3,\quad {}_2R={}_2R_1\mu_V^2+{}_2R_2\mu_V+{}_2R_3\\
{}_1S={}_1S_1\mu_V^2+{}_1S_2\mu_V+{}_1S_3,\quad {}_2S={}_2S_1\mu_V^2+{}_2S_2\mu_V+{}_2S_3
\end{array}\right\} \tag{22}$$

結果は次のようになります。

$$\left.\begin{array}{l}
\mathbf{r}_2=\begin{Bmatrix}{}_1R_1\\{}_1R_2\\{}_1R_3\\{}_2R_1\\{}_2R_2\\{}_2R_3\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}
p_V\left(-0.194199\sqrt{h_0}+0.244512h_0+0.005782\right)+\left(0.122150\sqrt{h_0}-0.116921h_0-0.013659\right)\\
p_V\left(3.908207\sqrt{h_0}-3.459225h_0-0.511026\right)+\left(-2.411000\sqrt{h_0}+1.988041h_0+0.373446\right)\\
p_V\left(-11.64774\sqrt{h_0}+10.36388h_0+2.127105\right)+\left(9.633033\sqrt{h_0}-5.356860h_0-0.981853\right)\\
p_V\left(0.302307\sqrt{h_0}-0.324645h_0-0.052458\right)+\left(-0.098526\sqrt{h_0}+0.096521h_0+0.017117\right)\\
p_V\left(-3.841509\sqrt{h_0}+3.730834h_0+0.708134\right)+\left(1.440220\sqrt{h_0}-1.269221h_0-0.257776\right)\\
p_V\left(8.155931\sqrt{h_0}-7.770829h_0-1.606653\right)+\left(-4.492744\sqrt{h_0}+2.572345h_0+0.537691\right)
\end{Bmatrix}\\[4ex]
\mathbf{s}_2=\begin{Bmatrix}{}_1S_1\\{}_1S_2\\{}_1S_3\\{}_2S_1\\{}_2S_2\\{}_2S_3\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}
p_V\left(0.119007\sqrt{h_0}-0.129622h_0-0.016591\right)+\left(-0.049215\sqrt{h_0}+0.042684h_0+0.007075\right)\\
p_V\left(-1.864242\sqrt{h_0}+1.697956h_0+0.315157\right)+\left(0.829733\sqrt{h_0}-0.641137h_0-0.135511\right)\\
p_V\left(+3.893974\sqrt{h_0}-3.329756h_0-0.751610\right)+\left(-3.049758\sqrt{h_0}+1.592367h_0+0.516915\right)\\
p_V\left(-0.068998\sqrt{h_0}+0.062865h_0+0.011958\right)+\left(0.024746\sqrt{h_0}-0.015418h_0-0.004265\right)\\
p_V\left(0.845678\sqrt{h_0}-0.627485h_0-0.153792\right)+\left(-0.350456\sqrt{h_0}+0.159150h_0+0.060736\right)\\
p_V\left(-1.456384\sqrt{h_0}+1.043199h_0+0.284104\right)+\left(1.175383\sqrt{h_0}+0.038449h_0+0.600420\right)
\end{Bmatrix}
\end{array}\right\} \tag{23}$$

Ⅲ）最大応答値間の関係について

さて(20)式を書き直しますと、次のようになります。

$$\left(\frac{V_{\max}}{S_{V,40}}\right)=\eta_{40}\left(\frac{D_{\max}}{D_{40}}\right) \tag{24}$$

すなわち最大速度応答$V_{\max}$は実験式η_{40}、弾性応答スペクトル$S_{V,40}$と${}_pS_{V,40}$及び最大応答変形$D_{\max}$を介して推定できるということになります。

最大速度応答$V_{\max}$と最大応答変形$D_{\max}$が知れれば、近似的に絶対加速度も推定することができるはずです。そこで塑性化の影響を含めて定義した実行円振動数ω'を介して、絶対加速度を次の式から推定することにします。

$$\left(x+g_x\right)=2h'_{eq}\omega' x+\omega'^2 x \tag{25}$$

上式で等価な粘性減衰定数h'_{eq}はエネルギーから定義される既知の次式から求めます。

$$h'_{eq}=\frac{\Delta W}{4\pi W}=\left(\frac{E'_d+E'_h}{4\pi E_{eq,d}}\right) \tag{26}$$

ここでΔWは 1 周期での消費されるエネルギー、Wはポテンシャル・エネルギーです。それぞれの値は次のようになります。ただし、E'_d及びE'_hは 1 周期での消費される弾塑性履歴エネルギーと粘性減衰エネルギーです。$E_{eq,d}$はポテンシャル・エネルギーです。

$$\left.\begin{aligned}
E'_d&=4\omega_0^2 x_{e,d}{}^2\left(1-p_d\right)\left(\mu_d-1\right)\\
E'_h&=\pi 2h_0\omega_0 V_{\max}D_{\max}\left[1+\frac{2\left(1-p_V\right)}{\pi}\left\{\frac{\sqrt{\mu_V^2-1}}{\mu_V^2}-\cos^{-1}\left(\frac{1}{\mu_V}\right)\right\}\right]\\
E_{eq,d}&=\frac{1}{2}\left(\omega'\sqrt{1-h_{eq}^2}\right)^2 D_{\max}{}^2
\end{aligned}\right\} \tag{27}$$

調和振動$x=a\sin\omega' t$を仮定すれば、(25)式は次のように書き直せます。

$$-\left(x+g_x\right)=2h'_{eq}\omega' x+\omega'^2 x=\omega'^2 a\left(2h'_{eq}\cos\omega' t+\sin\omega' t\right) \tag{28}$$

$$\therefore\ \left|x+g_x\right|_{\max}=\omega'^2 a\sqrt{1+4h'^2_{eq}}\ \Rightarrow ABS_{\max}=A_{\max,d}\sqrt{1+4h'^2_{eq}} \tag{29}$$

ここで相対加速度$(\omega')^2 a$を$A_{\max,d}$と表し、絶対加速度$\left|x+g_x\right|_{\max}$を$ABS_{\max}$と表現することにします。さらに、降伏加速度を$A_{y,d}$とすれば相対加速度$A_{\max,d}$は次のように表せます。

$$A_{\max,d}=\left\{1+p_d\left(\mu_d-1\right)\right\}A_{y,d} \tag{30}$$

一方、スペクトル${}_pS_{V,40}(T')$の加速度値から読み取れる値は$\omega'\cdot{}_pS_{V,40}\left(T'\right)$ですが,これを$A_{40}$と表現しましょう。これらの関係式を整理すれば次式が得られます。

$$\left.\begin{aligned}
\left(\frac{A_{y,d}}{A_{40}}\right)&=\left(\frac{\omega_E^2 x_{e,d}}{\omega'\,{}_pS_{V,40}}\right)=\frac{\omega_E^2\mu_d x_{e,d}}{\left(\omega'\right)^2 D_{40}\mu_d}=\left(\frac{\omega_E}{\omega'}\right)^2\frac{1}{\mu_d}\left(\frac{D_{\max}}{D_{40}}\right)\\
\left(\frac{A_{\max,d}}{A_{40}}\right)&=\left(\frac{A_{y,d}}{A_{40}}\right)\left\{1+p_d\left(\mu_d-1\right)\right\}
\end{aligned}\right\} \tag{31}$$

これと(29)式より次式が得られます。

$$\left(\frac{ABS_{\max}}{A_{40}}\right)=\frac{1}{\mu_d}\left(\frac{\omega_E}{\omega'}\right)^2\left\{1+p_d\left(\mu_d-1\right)\right\}\sqrt{1+4h'^{\,2}_{eq}}\left(\frac{D_{\max}}{D_{40}}\right) \tag{32}$$

以上により、$ABS_{\max}/A_{40}$ と $D_{\max}/D_{40}$ の関係及び $V_{\max}/S_{V,40}$ と $D_{\max}/D_{40}$ の関係が知れることになります。ただし、実験式は複雑なので、図表という形で利用するわけです。

Ⅳ）総エネルギーに関する検討

第一部で構造物の地震時のエネルギー・バランスは次のようになると説明しました。

「運動エネルギー」+「減衰エネルギー」+「変形エネルギー」=「地震動の入力エネルギー」

式で表現すれば次式になります。

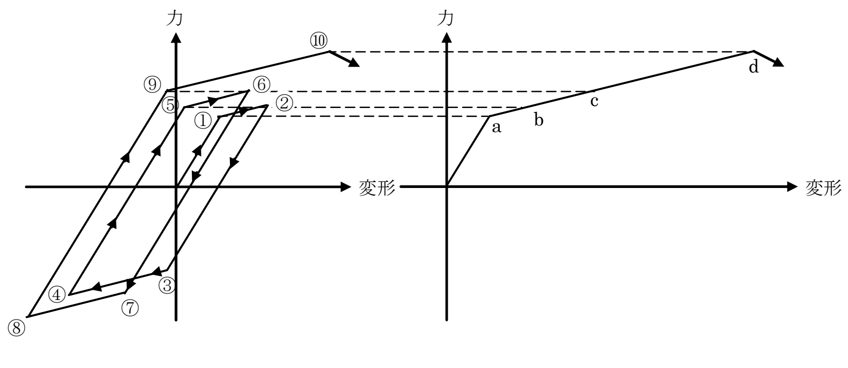
$$E_V(t)+E_h(t)+E_D(t)=E(t) \tag{33}$$

これは第三部の Hamilton の原理から、Lagrange の方程式を導く時に出現する式なのですが、これを現代の構造技術者にその意義を明確に再認識せしめたのが有名な秋山[8,9]の式です。これは振動方程式に応答速度 x を乗じ、地震動を受けた最初から経過時間 t に対しして積分を行うというものです。

$$m\int_0^t x\,x\,dt+c\int_0^t x\,x\,dt+\int_0^t Q(x,\ x)x\,dt=-m\int_0^t g\,x\,dt \tag{34}$$

$Q(x,x)$ は履歴復元力ですが、これを時間について積分すると「変形エネルギー」になることは何回も説明してきました。

これをもとに秋山[10]は、鋼構造物はこの変形エネルギーを消化する能力によって、その損傷、つまり構造物の安全性を判定できることを実験で証明しました。



(a)振動中の履歴　　(b)一方向載荷時の力—変形関係

図-例 8　損傷判定の概念

図-例 8 は鋼構造物の振動中の履歴挙動と一方向載荷時の力－変形図の相互関係を示したものです。すなわち，振動中の履歴挙動はモデル的にはバイリニアで表現できますが，たとえばふたたび塑性領域に入る⑤の耐力は，前回の最大耐力である②と等しくなる性質があるといわれています。同様に，⑨の耐力は⑥のそれに等しくなるという耐力上昇型の履歴

を構成しますが，これは鋼材の塑性歪み硬化の特性が反映された結果であると説明されています。そして，もし⑩の点で剛性が劣化し，崩壊へと進むものとすると，(b)の一方向載荷の力ー変形図との関係は次のようになるというのです。

すなわち図から明らかなように，(a)の①～②の塑性変形量は，(b)の a～b の塑性変形量と等しく，同様に⑤～⑥＝b～c，⑨～⑩＝c～d であり，結局①～②＋⑤～⑥＋⑨～⑩の累積塑性変形量は(b)図の a～d の塑性変形量に合致し，逆にいえば振動中の塑性変形量の累積値が一方向載荷時の a～d の変形量分に等しくなった時点で劣化がはじまるという理論です。このことから，耐震安全性の尺度として考えるべきは，最大変形から誘導される塑性率 μ ではなく，累積塑性変形量から誘導される累積塑性変形倍率であるという理論なのです。
ここではそれに 1 を加えた累積塑性率 μ_c を定義しておきましょう。

さて、この秋山の理論はエネルギー法[11,12]という形で基準法に取り入れられています。この理論を発展させるために、応答スペクトルとエネルギースペクトルに関する研究が進められています[13~19]。

本節では、今までと同様に単純なバイリニア履歴復元力を対象にお話を展開していきます。しかし、秋山とは異なる形で新たにエネルギースペクトル $V_{E,40}$ を次の(35)式のように定義して、これを基本に累積変形エネルギーを推定していくことにします。というのは、秋山の理論は、完全弾塑性履歴復元力を基本に構成しているのに対して、本理論はその他に履歴復元力のバイリニア係数とダイナミック・マスの効果も導入できるように $h = 0.1 \sim 0.5$ などの非常に大きな粘性減衰定数も含んだ形で提案するためです。

まず、総エネルギー E_{40} の速度換算エネルギー $V_{E,40}$ は次のようになります。

$$V_{E,40} = \sqrt{\frac{2E_{40}}{m}} \ , E_{40} = -\int_0^t g\,x\,dt = \int_0^t x\,x\,dt + 2h_0\omega_0\int_0^t x\,x\,dt + \frac{1}{m}\int_0^t Q(x,\ \ x)x\,dt \qquad (35)$$

ここで添え字 40 は粘性減衰定数 $h_0 = 0.4$ という意味です。

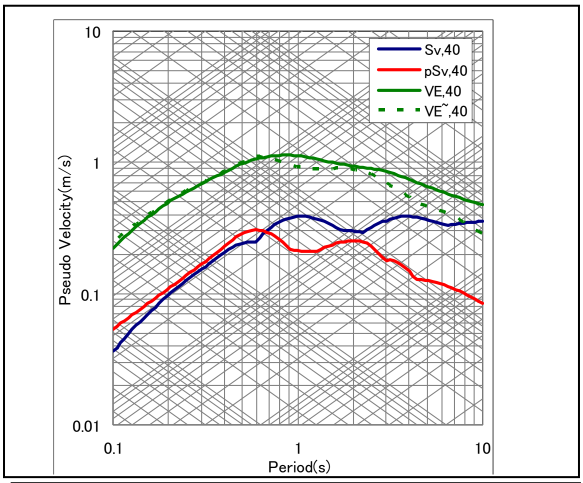


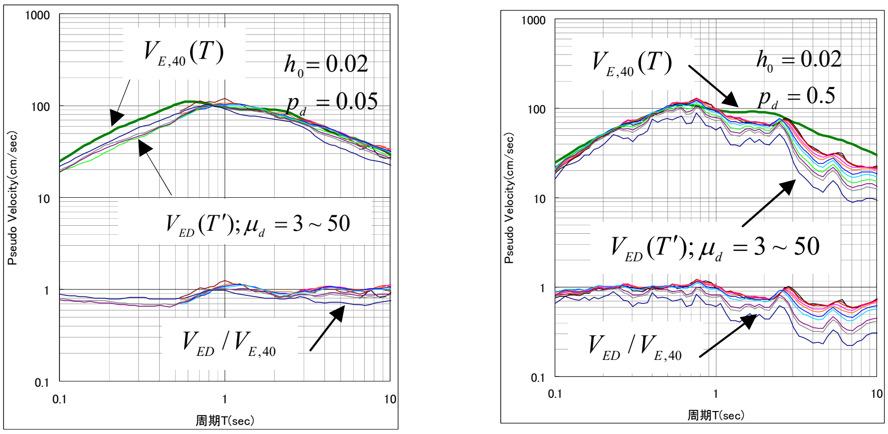
図-例 9　El Centro NS の $S_{V,40}$， ${}_pS_{V,40}$, $V_{E,40}$, $\overline{V}_{E,40}$

一方、累積塑性変形エネルギー E_D 及び等価速度スペクトル $V_{E,D}$ は、累積塑性率 μ_c [5] を利用すると次のように整理されます。

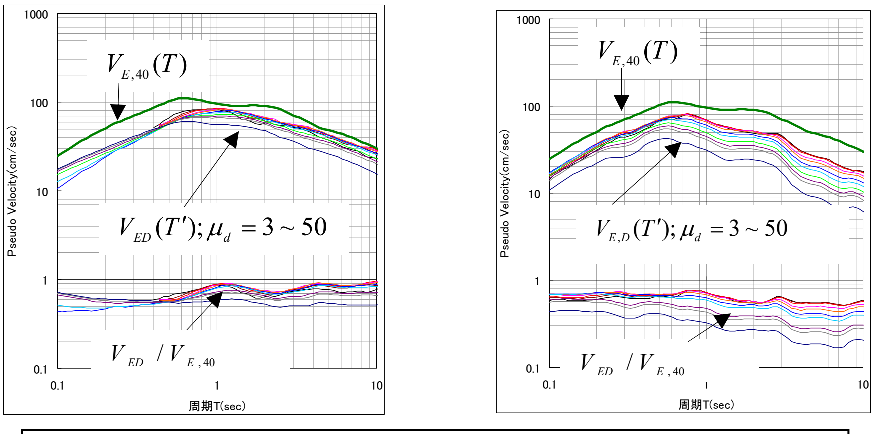
$$V_{E,D}=\sqrt{\frac{2E_D}{m}}=\omega_0\, x_{e,d}\sqrt{1+4(1-p_d)(\mu_c-1)} \qquad (36)$$

図-例 9 は $S_{V,40}$, ${}_pS_{V,40}$, $V_{E,40}$, $\overline{V}_{E,40}$ のスペクトルを El Centro NS を対象に描いたものです。$S_{V,40}$, ${}_pS_{V,40}$, $V_{E,40}$ の中、${}_pS_{V,40}$ と $V_{E,40}$ はほぼ相似といえますが、小さな差異が生じています。点線のスペクトル $\overline{V}_{E,40}$ については後述します。総エネルギースペクトルは速度スペクトル $S_{V,40}$ よりも ${}_pS_{V,40}$ という最大変形から誘導された擬似速度スペクトルに似ていることがお分かりかと思います。秋山は 10%の総エネルギースペクトルと 5%の速度応答スペクトルの相似性から理論を構築していますので、当然異なる特性が抽出されるということです。

一方、図-例 10 に El Centro NS に対する塑性変形エネルギーの速度換算スペクトルである $V_{ED}(T')$ が描いてあります。対象とした塑性率 $\mu_d=3\sim50$ の結果を一緒に描いてあります。(a)は $h_0=0.02, p_d=0.05$ の場合であり、(b)は $h_0=0.02, p_d=0.5$ の場合です。



(a)　$h_0=0.02, p_d=0.05$　　　(b)　$h_0=0.02, p_d=0.5$



(c)　$h_0=0.1, p_d=0.05$　　　(d)　$h_0=0.1, p_d=0.5$

図-例 10　$V_{E,40}(T)$、$V_{ED}(T');\mu_d=3\sim50$ のスペクトル

塑性変形エネルギーの速度換算スペクトルである $V_{ED}(T')$ と $V_{E,40}(T_E)$ はほぼ近似した形をしていますが、バイリニア係数 p_d が大きくなると、その差も大きくなります。また、粘性減衰定数が大きくなると p_d の効果は特に長周期で薄れてくるような傾向にあります。

そこで、新しい総エネルギーの速度換算スペクトル ${}_{pd}\overline{V}_{E,40}$ を次のように設定します。

$$ {}_{pd}\overline{V}_{E,40} = V_{E,40}\left\{1+0.5\left(1+\sqrt{p_d}\right)\log\left(\frac{{}_pS_{v,40}}{S_{v,40}}\right)\right\} \quad (37) $$

このような修正を行うと次式がほぼ成立すると考えられます。

$$ \overline{\zeta}_{40}\left(h,\mu_d,p_d\right)=\frac{V_{E,D}\left(T'\right)}{\overline{V}_{E,40}\left(T_E\right)}\approx const. \quad (38) $$

ただし、前述の性能図表は ${}_pS_{V,40}$ を基本に構成されていますのでここでは次のような変数を導入し、継続時間の大きさの指標とします。

$$ {}_{pd}\overline{V}_{E,40}/{}_pS_{v,40}=\overline{\gamma}_{40} \quad (39) $$

この値は地震動の継続時間に関係してきます。長ければ、$\overline{\gamma}_{40}$ の値は大きくなります。また建物の固有周期が短ければ、見掛けの継続時間も長くなるという傾向があります。

さて、累積塑性変形 $\hat{D}_c$ との関係を整理するために

$$ \overline{D}_c=(\mu_c-1)x_e \quad (40) $$

を導入すると(49)式に(47)式の関係を代入すると次のように変換できます。

$$ \overline{\zeta}_{40}{}^2=\frac{(\omega_0 x_{e,d})^2}{({}_{pd}\overline{V}_{E,40})^2}\left[1+4(1-p_d)\cdot(\mu_c-1)\right]=\frac{\omega_0{}^2\,x_{e,d}{}^2}{\overline{\gamma}_{40}{}^2\;{}_pS_{V,40}{}^2}+4(1-p_d)\cdot(\mu_c-1)\frac{\omega_0\,x_{e,d}}{\overline{\gamma}_{40}{}^2\;{}_pS_{V,40}}\cdot\frac{\omega_0\,x_{e,d}}{{}_pS_{V,40}} $$

$$ \therefore\quad \left(\overline{\gamma}_{40}\cdot\overline{\zeta}_{40}\right)^2=\left(\frac{\omega_0 x_{e,d}}{{}_pS_{V,40}}\right)^2+4(1-p_d)\cdot(\mu_c-1)\frac{x_{e,d}}{{}_pS_{V,40}\dfrac{1}{\omega'}}\cdot\frac{\omega_0{}^2 x_{e,d}}{\omega'\,{}_pS_{V,40}} $$

$$ =\left(\frac{T_E}{T'}\right)^2\left(\frac{A_{y,d}}{A_{40}}\right)^2+4(1-p_d)\frac{\overline{D}_c}{D_{40}}\cdot\frac{A_{y,d}}{A_{40}} $$

これより次式が成立します。

$$ \frac{\overline{D}_c}{D_{40}}=\frac{1}{4(1-p_d)}\left[\frac{\left(\overline{\gamma}_{40}\cdot\overline{\zeta}_{40}\right)^2}{\left(\dfrac{A_{y,d}}{A_{40}}\right)}-\left(\frac{T_E}{T'}\right)^2\left(\frac{A_{y,d}}{A_{40}}\right)^2\right] \quad (41) $$

一方、降伏加速度 $A_{y,d}$ と相対加速度 $A_{\max,d}$ には次のような関係があります。

$$
\left.
\begin{aligned}
&\left(\frac{A_{y,d}}{A_{40}}\right)=\left(\frac{\omega_E^2 x_{e,d}}{\omega'_p S_{V,40}}\right)=\frac{\omega_E^2 \mu_d x_{e,d}}{(\omega')^2 D_{40}\mu_d}=\left(\frac{\omega_E}{\omega'}\right)^2 \frac{1}{\mu_d}\left(\frac{D_{\max}}{D_{40}}\right)\\
&\left(\frac{A_{\max,d}}{A_{40}}\right)=\left(\frac{A_{y,d}}{A_{40}}\right)\{1+p_d(\mu_d-1)\}
\end{aligned}
\right\}
\tag{42}
$$

これを(41)式に代入して、最終的には次式が得られます。

$$
\left.
\begin{aligned}
\frac{\overline{D}_c}{D_{40}}&=\frac{1}{4(1-p_d)}\left[\frac{(\overline{\gamma}_{40}\cdot\overline{\zeta}_{40})^2}{\left(\frac{A_{y,d}}{A_{40}}\right)}-\left(\frac{T_E}{T'}\right)^2\left(\frac{A_{y,d}}{A_{40}}\right)^2\right]\\
&=\frac{1}{4(1-p_d)}\left[\frac{\left(\frac{T_E}{T'}\right)(\overline{\gamma}_{40}\cdot\overline{\zeta}_{40})^2}{\frac{1}{\mu_d}\left(\frac{D_{\max}}{D_{40}}\right)}-\left(\frac{1}{\mu_d}\right)^2\left(\frac{D_{\max}}{D_{40}}\right)^2\right]
\end{aligned}
\right\}
\tag{43}
$$

なお、(38)式の $\overline{\zeta}_{40}$ の実験式を(44)式のように設定すると、最小自乗法で各係数は次のように同定されています。

$$
\overline{\zeta}_{40}(\tau)=A\log(\mu+1.1)+B\log(\mu-0.9)+C \tag{44}
$$

$$
A=A_1+A_2 p_d+\frac{A_3}{p_d}
$$

$$
\begin{aligned}
A_1&=a_{11}+a_{12}h+a_{13}\sqrt{h} &&\rightarrow && A_1=1.6049+13.3559h-13.3058\sqrt{h}\\
A_2&=a_{21}+a_{22}h+a_{23}\sqrt{h} &&\rightarrow && A_2=-5.4526-20.0971h+23.1209\sqrt{h}\\
A_3&=a_{31}+a_{32}h+a_{33}\sqrt{h} &&\rightarrow && A_3=-0.1224-0.7233h+0.6984\sqrt{h}
\end{aligned}
\tag{45}
$$

$$
B=B_1+B_2 p_d+\frac{B_3}{p_d}
$$

$$
\begin{aligned}
B_1&=b_{11}+b_{12}h+b_{13}\sqrt{h} &&\rightarrow && B_1=-1.1995-10.6028h+10.3633\sqrt{h}\\
B_2&=b_{21}+b_{22}h+b_{23}\sqrt{h} &&\rightarrow && B_2=3.9387+16.5929h-18.3788\sqrt{h}\\
B_3&=b_{31}+b_{32}h+b_{33}\sqrt{h} &&\rightarrow && B_3=0.0921+0.5704h-0.5419\sqrt{h}
\end{aligned}
\tag{46}
$$

$$
C=C_1+C_2 p_d+\frac{C_3}{p_d}
$$

$$
\begin{aligned}
C_1&=c_{11}+c_{12}h+c_{13}\sqrt{h} &&\rightarrow && C_1=0.5049-3.8558h+3.2537\sqrt{h}\\
C_2&=c_{21}+c_{22}h+c_{23}\sqrt{h} &&\rightarrow && C_2=1.9606+6.9889h-8.3519\sqrt{h}\\
C_3&=c_{31}+c_{32}h+c_{33}\sqrt{h} &&\rightarrow && C_3=0.0449+0.2442h-0.2454\sqrt{h}
\end{aligned}
\tag{47}
$$

参考文献

1) 石丸辰治：「応答性能に基づく対震設計入門」、彰国社、2004 年 3 月

2) 石丸辰治：「対震設計の方法」、建築技術、2008 年、7 月

3) 秦一平、石丸辰治、長谷川純：非線形粘性ダンパーを併用した系の応答性能設計手法、

D.M.	減衰係
(ton)	(kN·s/
0.0	
0.0	
0.0	
0.0	
0.0	

日本建築学会構造系論文集、617 号、pp.47-54、2007.7.

4) 廣谷直也、石丸辰治、秦一平：3 重の弾性応答スペクトルを基本にした非線形系の応答性能設計図表、日本建築学会構造系論文集、?号、pp.、2014.?.

5) 笠井和彦、西村忠宗：減衰力が速度にバイリニア的に比例するオイルダンパーをもつ制振構造の等価線形化法、日本建築学会構造系論文集、583 号、pp.47-54、2004.9.

6) Davenport, A.G.,: Note on the Distribution of the Largest value of a Random Function with Application to Gust Loading, Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Vol. 28, 1964, pp.187-196

7) Rosenblueth, E. and Bustamante J.I.: Distribution of Structural Response to Earthquakes, Journal of the Engineering Mechanics, pp.215-220, March, 1975

8) 加藤勉，秋山宏「強震による構造物へのエネルギー入力と構造物の損傷」日本建築学会論文報告集，第 235 号(1975 年)

9) 秋山宏：「建築物の耐震極限設計」、東京大学出版会、1980.09

10) 加藤勉，秋山宏，帯洋一「局部座屈を伴うH型断面部材の変形」日本建築学会論文報告集，第257号(1977年)

11) 国交省他：エネルギーの釣合いに基づく耐震計算法の技術基準解説及び計算例とその解説、日本ケンチクセンター、pp.17-19、pp.25-26、2005.10

12) 平成 12 年建設省告示 1457 号

13) 桑村　仁、秋山　宏、桐野康則:　フーリェ振幅スペクトルの平滑化による地震入力エネルギーの評価、日本建築学会論文報告集，第442号、pp.53-60,1992.12

14) 三宅辰哉：耐震設計規範としての最大応答と累積応答の関係に関する考察、日本建築学会論文報告集，第599号、pp.135-142,2006.01

15) 秋山　宏、北村春幸:エネルギースペクトルと速度応答スペクトルの対応、日本建築学会論文報告集，第608号、pp.37-43,2006.10

16) 岡野　創、永野正行、今村　晃、徳光亮一、土方勝一郎：　応答スペクトルとエネルギースペクトルのスケーリング、日本建築学会論文報告集，第74巻、第637号、pp.477-486,2009.3

17) Fajfar P.: Equivalent ductility factors taking into account low-cycle fatigue, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1992; **21**, pp.113-137

18) Gaetano Manfredi: Evaluation of seismic energy demand, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 2001; **30**, pp.485-499

19) Teran-Gilmore A, Jirsa JO. : Energy demands for seismic design against low-cycle fatigue, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 2007; 36, pp.383-404